

Научная статья

УДК 677.017.222

EDN UMTQQJ

<https://doi.org/10.34216/2587-6147-2025-4-70-16-22>

Евгений Львович Пашин¹

Александр Валерьевич Орлов²

¹ Костромская государственная сельскохозяйственная академия, г. Кострома, Россия

² Костромской государственный университет, г. Кострома, Россия

¹ evgashin@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0002-5871-874X>

² a_orlov@kosgos.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4995-3393>

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЛОКОН ХЛОПКА ПО ДЛИНЕ ДЛЯ ИМИТАЦИИ ИСПЫТАНИЯ ПО МЕТОДУ HVI

Аннотация. Для анализа на основе имитационного моделирования процесса определения характеристики длины волокон хлопка с использованием фибрографа по методу HVI необходим эффективный алгоритм генерирования реального распределения волокон по длине. Установлено, что для этого необходимо использовать закон нормального распределения с правосторонней асимметрией. Отмечена необходимость совершенствования известного алгоритма генерирования требуемого распределения волокон с использованием трудно интерпретируемых параметров распределения: положения ξ , масштаба ω и формы a . Направлением совершенствования является применение вместо указанных общепринятых статистических параметров: математического ожидания M , моды Mo и среднего квадратического отклонения σ длин волокон. Для этого предложен алгоритм расчета величины моды Mo , реализуемый с использованием метода дихотомии. Проведено сравнение указанных в опубликованных источниках эмпирических и синтезированных по вновь предложенному методу характеристик распределений длин волокон. Выявлено их хорошее сходство, что свидетельствует об эффективности созданного метода моделирования с использованием общепринятых статистических характеристик их совокупности: M , Mo и σ .

Ключевые слова: характеристики длины, хлопок, метод HVI, имитация испытания, моделирование, распределение длин, алгоритм генерирования, среднее, мода, стандартное отклонение

Для цитирования: Пашин Е. Л., Орлов А. В. Компьютерное моделирование распределения волокон хлопка по длине для имитации испытания по методу HVI // Технологии и качество. 2025. № 4(70). С. 16–22. <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2025-4-70-16-22>.

Original article

Evgeniy L. Pashin¹

Alexander V. Orlov²

¹ Kostroma State Agricultural Akademy, Kostroma, Russia

² Kostroma State University, Kostroma, Russia

COMPUTER MODELLING OF COTTON FIBRE LENGTH DISTRIBUTION FOR SIMULATED HVI TESTING

Abstract. For simulation-based analysis of cotton fibre length measurement using a fibrograph under the HVI method, an efficient algorithm for generating realistic fibre length distributions is required. It has been established that a right-skewed normal distribution law provides an adequate basis for such modelling. The necessity of improving the known algorithm, which relies on difficult-to-interpret distribution parameters (location ξ , scale ω , and shape a), is emphasised. The proposed refinement consists in replacing these parameters with widely accepted statistical characteristics of fibre assemblies – the mathematical expectation M , the mode Mo , and the standard deviation σ of fibre length. An algorithm for computing the mode Mo is developed, implemented through a dichotomy method. A comparative analysis was performed between empirical distributions reported in published sources and synthetic distributions obtained via the newly proposed approach. A high degree of similarity was observed, confirming the effectiveness of the developed simulation method based on conventional statistical descriptors (M , Mo , σ).

Keywords: fibre length characteristics, cotton, HVI method, test simulation, modelling, length distribution, generation algorithm, mean, mode, standard deviation

For citation: Pashin E. L., Orlov A. V. Computer modelling of cotton fibre length distribution for simulated HVI testing. Technologies & Quality. 2025. No 4(70). P. 16–22. (In Russ.) <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2025-4-70-16-22>.

Введение. При оценке качества хлопка и других короткоштапельных натуральных волокон (хлопок, шерсть, модифицированное по длине льноволокно и др.) важнейшим свойством является их длина и параметры ее распределения [1]. Для определения этих свойств наиболее распространенными на практике являются методы с использованием сканирования совокупности волокон с применением оптоэлектронических датчиков, например, применяемые в системе USTERHVI. Они основываются на предварительной подготовке пробы в виде бородки и последующем формировании и анализе фиброграммы [2].

Однако, по мнению специалистов, связанных с решением проблемы квадиметрии хлопка, применение таких методов не обеспечивает высокую точность результатов при определении средней длины волокон и их однородности [1, 3–7]. Поэтому формируются предложения о необходимости совершенствования метода HVI с учетом сохранения его преимущества – малой продолжительности анализа.

Для решения данной задачи целесообразно исследовать особенности формирования совокупности зажатых волокон в виде «бородки», что является основой для последующего анализа получаемой фиброграммы. Для исключения эффектов взаимовлияния параметров, связанных с характеристиками длины волокон, целесообразно использовать структурно-имитационное моделирование процесса формирования совокупности анализируемых волокон. Эффективность использования имитационного моделирования в задачах исследования волокон, их структуры и переработки указана в литературе [8].

В ходе моделирования необходимо сгенерировать массив исходных волокон, который послужит основой для имитации случайного отбора и синтеза совокупности зажатых волокон. Однако важным условием для этого является выбор закона распределения волокон по длине.

При анализе характера распределения по длине волокон, поступающих на текстильные предприятия по переработке хлопка, выявлено, что график плотности вероятности имеет колоколообразную форму с явно выраженной правосторонней асимметрией [9–12]. При этом следует отметить, что характер распределения воло-

кон по длине на данном этапе их производства отличается от распределения, имеющего место у хлопка-сырца перед его первичной обработкой [13]. Основным отличием является существенное уменьшение (на 5...8 % от массы сырца) доли коротковолокнистой фракции (пуха и подпушка), вследствие первичной переработки хлопка. Это существенно влияет на общее распределение по длине волокон. Данное обстоятельство объясняет указанную в исследованиях [10–12] форму распределения хлопка-волокна.

Для обеспечения схожести эмпирического и синтезируемого распределения длины хлопка предлагались различные решения. К числу часто применяемых относят методы генерирования, основанные на использовании смеси двух двухпараметрических распределений Вейбулла [6], а также на основе нормального или логнормального законов распределения [14]. Однако авторами работы [14] констатировано, что использование нормального закона, при котором данные распределены симметричного относительно среднего значения, приводит к формированию погрешности в части оценки степени варьирования длины волокон.

В этой связи представляет интерес разработка алгоритма генерирования массива волокон с распределением, сходным с реальным распределением волокон по длине, а именно в виде колоколообразной кривой с выраженной правосторонней асимметрией.

Однако анализ результатов исследований по этой теме не выявил методов генерирования подобного распределения данных с использованием наиболее простых статистических характеристик, которые можно было бы определить экспериментально (математическое ожидание M , мода Mo и стандартное отклонение σ). Поэтому решение данной задачи представляет интерес для разработки эффективного способа моделирования требуемого распределения волокон хлопка по длине.

Целью исследования является разработка программного моделирующего комплекса и алгоритма синтеза структуры исходных волокон для последующего испытания и анализа фиброграммы по методу HVI.

Методы исследования основаны на интегрированном использовании математического

и компьютерного моделирования, а также статистических алгоритмов обработки данных. При построении моделей структуры волокон применили методы компьютерного имитационного моделирования, теории вероятностных процессов и математической статистики. При реализации алгоритмов расчета и моделей использовали язык программирования Python [15], библиотеку расчетов NumPy [16], а для графического представления числовых данных – библиотеку Matplotlib [17]. В качестве основы для генерации данных по асимметрично-нормальному закону распределения использовали документацию библиотеки SciPy [18], а также зарубежные исследования [19].

Результаты исследований. За основу моделирования приняли положение о случайному распределении длины волокон l в их исходной массе. В этой связи для описания асимметрично-нормального распределения l воспользуемся [20]. Такое распределение обладает некоторыми свойствами нормального, но в то же время ему присуща выраженная асимметрия, что соответствует условиям нашей задачи.

Применение известных алгоритмов моделирования объектов, соответствующих такому распределению, осложняется интерпретацией его параметров [21, р. 32]. Для его характеристики предложено использовать три параметра: положения распределения – ξ ; масштаба распределения – ω ; формы распределения – α . Однако при использовании этих параметров сложно определить их физический смысл в части схожести с общепринятыми параметрами нормального распределения (M , Mo и σ). Из-за этого выбор параметров ξ , ω , α при моделировании приходится выполнять методом проб и ошибок, пока не будет получено распределение, сходное по свойствам с желаемым. Поэтому существует потребность в определении таких параметров асимметрично-нормального распределения, которые можно определить экспериментально, а именно M , Mo и σ .

Необходимость в использовании сочетания M и Mo определяется возможностью оценки асимметрии данных. Для расчета M и σ предложено использовать известные выражения [22]:

$$M = \xi + \omega \delta \sqrt{\frac{2}{\pi}}, \quad (1)$$

$$\sigma = \omega \sqrt{1 - 2 \frac{\delta^2}{\pi}}, \quad (2)$$

где $\delta = \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}}$.

Однако для точного аналитического выражения для моды Mo решений для исследуемого распределения не выявлено. Поэтому воспользуемся его численным приближением [22]:

$$Mo = \xi + \omega m_0(\alpha) \approx \xi + \omega \left[\delta \sqrt{\frac{2}{\pi}} - \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \frac{\left(\delta \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right)^3}{1 - \frac{2\delta^2}{\pi}} - \frac{1}{2} sign(\alpha) \cdot e^{\frac{-2\pi}{|\alpha|}} \right], \quad (3)$$

где $sign(\alpha) = \frac{\alpha}{|\alpha|}$ – знак параметра α .

Попытка реализовать выражение (3) в виде программы для ЭВМ вызвала сложности при определении моды Mo для случая, когда асимметрия распределения близка к нулю. Применительно к этому случаю приняли допущение. Будем пренебречь наличием асимметрии и моделировать распределение, как соответствующее закону нормального распределения. Тогда формулы (1), (2) и (3) можно рассматривать как систему из трех уравнений с тремя неизвестными. При решении этой системы уравнений, можно сократить параметры положения ξ и масштаба ω , тем самым получив выражение, зависящее только от параметра формы α :

$$\frac{M - Mo}{\sigma} = \frac{\xi + \omega \delta \sqrt{\frac{2}{\pi}} - (\xi + \omega m_0(\alpha))}{\omega \sqrt{1 - \frac{2\delta^2}{\pi}}}. \quad (4)$$

Подставив в (4) значение $m_0(\alpha)$ из (3) и значение σ из (2), получаем нелинейное уравнение с одной переменной следующего вида:

$$f(\alpha) = \frac{\delta \sqrt{\frac{2}{\pi}} - m_0(\alpha)}{\sqrt{1 - \frac{2\delta^2}{\pi}}} - \frac{M - Mo}{\sigma} = 0. \quad (5)$$

Для определения варианта его решения рассмотрим особенности изменения $f(\alpha)$ для различных значений α . Например, получим графическую зависимость $f(\alpha)$ для $M = 24$, $Mo = 26$, $\sigma = 5$ (рис. 1, а), а также зависимость $f(\alpha)$, но для $M = 26$, $Mo = 24$, $\sigma = 5$ (рис. 1, б).

Сравнительный анализ графиков выявляет определенные особенности. Во-первых, функция $f(\alpha)$ является неубывающей, что позволяет использовать для решения уравнения (5) методы, основанные на дихотомии. Во-вторых, ре-

шение уравнения (5) может находиться как в области $\alpha > 0$, так и в области $\alpha < 0$. Это соответствует известным свойствам асимметрично-нормального распределения, согласно которым знак параметра формы α определяет направленность асимметрии (левая или правая). Важной оказалась особенность графиков, связанная с наличием седловидного участка в районе $\alpha \approx 0$. Это осложняет применение метода дихотомии

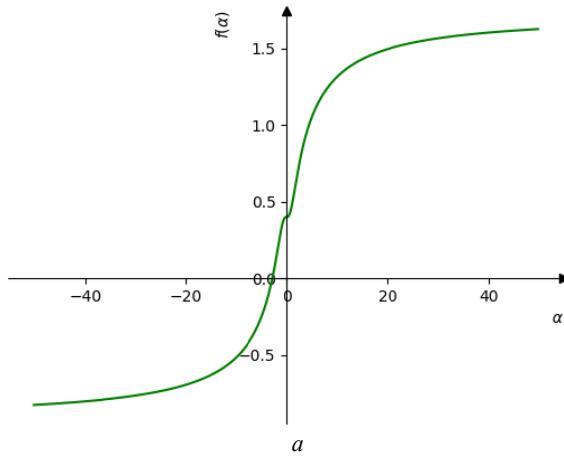


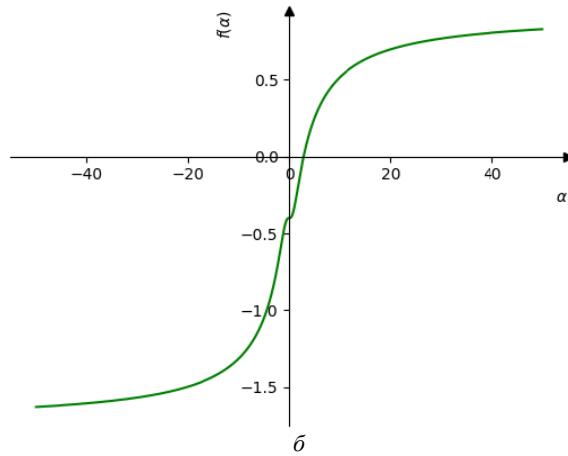
Рис. 1. Форма зависимости $f(\alpha)$ для левой асимметрии (a) и для правой асимметрии (б)

Наконец, сравнительный анализ графических зависимостей выявил факт асимптотического отклонения $f(\alpha)$ от нуля по мере смещения от нулевого значения α . Вследствие такой особенности, при некоторых сочетаниях M, Mo и σ решения (5) может не существовать, а в предельных случаях значение первой производной $f'(\alpha_0)$ будет настолько близко к нулю, что найти решение численно будет затруднительно. Однако, если α остается приблизительно в пределах от -50 до 50 , то оказывается возможным найти его значение численным методом.

С учетом выявленных особенностей поведения $f(\alpha)$ и пояснений к ним предложено использовать выражения (1) и (2), чтобы с применением алгоритма моделирования [18] найти значения ω , а затем ξ , соответствующие найденному значению α .

Для оценки эффективности предложенного способа моделирования распределения волокон хлопка, подчиняющихся закону асимметрично-нормального распределения, провели сравнение эмпирических и сгенерированных распределений волокон. В частности, в качестве одного из примеров эмпирического распределения использовали информацию, указанную в диссертационном исследовании [10, табл. 4.2.4 и рис. 4.2.7, a]. В данной работе в результате ручного промера волокон хлопка установлены следующие характеристики их длины: средняя длина $25,3$ мм,

[17] для решения уравнения (5). Дело в том, что алгоритмы расчетов с применением метода дихотомии опираются на значение производной функции для выбора следующей точки-кандидата для решения. Для таких условий рекомендуется не выбирать $\alpha_0 = 0$ в качестве начального приближения α , а использовать $\alpha_0 = \text{sign}(M - Mo)$ для обеспечения поиска решения на корректной стороне наклонного участка кривой $f(\alpha)$.



модальная длина $28,9$ мм, среднее квадратическое отклонение $4,6$ мм. В итоге эмпирическое распределение волокон по группам длин представлено темной линией на рисунке 2, a. На рисунке 2, б представлено распределение, сгенерированное по предложенному новому алгоритму.

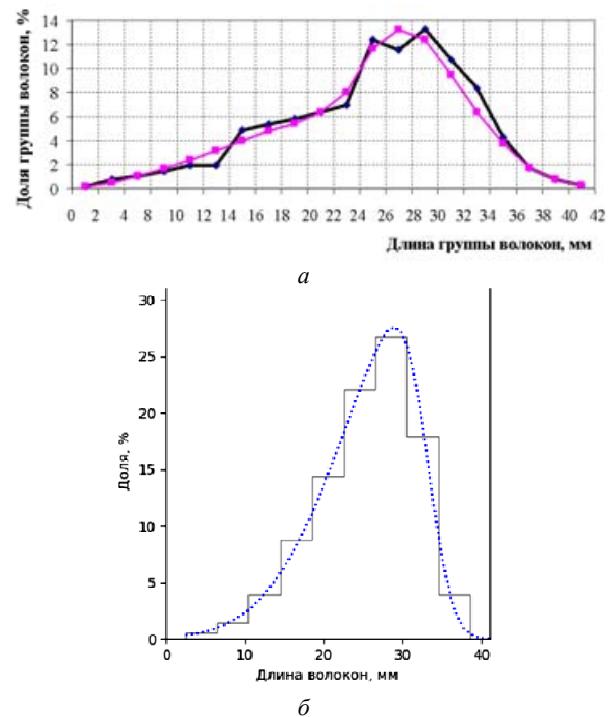


Рис. 2. Графики эмпирического [9] (а) и модельного (б) распределений длины волокон хлопка

Параметры сгенерированного распределения оказались следующие: математическое ожидание 25,3 мм, мода 28,9 мм и среднее квадратическое отклонение 5,01 мм, при коэффициентах асимметрии и эксцесса, соответственно, (-0,743) и (0,541). Дополнительно осуществили оценку сходства распределений волокон хлопка, сгенерированного по предложенному алгоритму и установленного в работе [9, рис. 1]. Так, по указанным фактическим данным были определены следующие показатели: средняя длина 22,0 мм, модальная длина 24,4 мм, среднее квадратическое отклонение 5,0 мм. По результатам генерирования указанные параметры оказались равны 22,2 мм, 24,6 мм, 5,1 мм при коэффициентах асимметрии и эксцесса, соответственно, (-0,660) и (0,387).

Из сравнения расчетных характеристик и эмпирических распределений длин волокон в представленных примерах следует их хорошее совпадение. Это свидетельствует об эффективности созданного метода моделирования распределения длины массива волокон по нормальному закону с выраженной правосторонней асимметрией и с использованием общепринятых статистических характеристик: математического ожидания, моды и среднего квадратического отклонения.

ВЫВОДЫ

1. При генерировании распределения по длине волокна хлопка необходимо использовать закон нормального распределения с правосторонней асимметрией на основе знания математического ожидания M , моды Mo и среднего квадратического отклонения σ длин волокон.

2. Для использования известного алгоритма генерирования требуемого распределения волокон с использованием трудно интерпретируемых параметров распределения положения ξ , масштаба ω и формы α предложено использовать известные зависимости [22] $M = f(\xi, \omega, \alpha)$ и $\sigma = f(\omega, \alpha)$.

3. Значение величины моды Mo предложено осуществлять на основе разработанного метода расчета с использованием нелинейного уравнения (5), для решения которого применен метод дихотомии. При этом, если параметр α находится в пределах от -50 до 50, то его определение возможно произвести численным методом.

4. Сравнение принятых из опубликованных источников эмпирических [9, 10] и синтезированных по вновь предложенному методу характеристик распределений длин волокон выявило их хорошее сходство, что свидетельствует об эффективности созданного метода моделирования с использованием общепринятых статистических характеристик их совокупности: M , Mo и σ .

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Hearle J. W. S., Morton W. E. Physical Properties of Textile Fibres. N.-Y. : Elsevier, 2008. 796 p.
2. Kiron M. I. USTER HVI 1000: Principle of fiber testing // Textile Learner. 2021. № 6. URL: <https://textilelearner.net/uster-hvi-1000-principles-of-fiber-testing> (дата обращения: 22.07.2024).
3. Kiron M. I. Cotton Fibre Length Measuring Instruments: Merits and Limitations // Textile Learner. 2015. URL: <https://textilelearner.net/cotton-fibre-length-measuring-instruments> (дата обращения: 22.07.2024).
4. Turner C., Sayeed Md Abu, Hequet E. Reconstruction of the cotton fiber length distribution from a High Volume Instrument® fibrogram // Textile Research Journal. 2023. Vol. 93, is. 7-8. P. 1651–1669.
5. Zhou J., Wang J., Xu B. Extracting fiber length distributions from dual-beard fibrographs with the Levenberg – Marquardt algorithm // Textile Research Journal. 2019. Vol. 90(1). P. 37–48.
6. Obtaining Cotton Fiber Length Distributions from the Beard Test Method. Part 1. Theoretical Distributions Related to the Beard Method / X. Cui, J. Rodgers, Y. Cai, L. Li, R. Belmasrour, S.-S. Pang // Journal of Cotton Science. 2009. No 13. P. 265–273.
7. Bargeron J. D. Mass determination of the cotton length fibrogram // Reprinted from the Proceedings of the Beltwide Cotton Conference. San Diego, 1998. Vol. 2. P. 1514–1516.
8. Севостьянов П. А., Забродин Д. А., Даюк П. Е. Компьютерное моделирование в задачах исследования текстильных материалов и производств. М. : Тиско Принт, 2014. 264 с.
9. Афончиков Ф. А. Оценка равномерности хлопкового волокна // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 1957. № 1. С. 28–32.
10. Матрохин А. Ю. Автоматизированное проектирование и обеспечение качества продукции прядильного производства с использованием средств оперативного мониторинга : дис. ... д-ра техн. наук. Иваново, 2011. 464 с.
11. Prier H. W., Sasser P. E. The mathematical basis of fiber-length analysis from fibrogram data // Textile Research Journal. 1971. Vol. 42. P. 410–419.
12. Krowicki R. S., Thibodaux D. P., Duckett K. E. Generating fiber length distribution from the fibrogram // Textile Research Journal. 1996. Vol. 66. P. 306–310.

13. Котов Д. А., Джабаров Г. Д., Балтабаев С. Д. Первичная обработка хлопка : учебник для вузов / под ред. А. Н. Соловьева. М. : Легкая индустрия, 1978. 430 с.
14. Коробов Н. А., Матрохин А. Ю., Гусев Б. Н. Выявление зависимости между характеристиками протяженности волокон прямого и косвенного методов измерений // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2006. № 5(293). С. 29–32.
15. Язык программирования Python : офиц. сайт. URL: <https://www.python.org> (дата обращения: 24.07.2024).
16. NumPy : офиц. сайт. URL: <https://numpy.org> (дата обращения: 24.07.2024).
17. Matplotlib – Visualization with Python : офиц. сайт. URL: <https://matplotlib.org> (дата обращения: 24.07.2024).
18. Документация библиотеки SciPy: модуль `scipy.stats.skewnorm`. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.skewnorm.html> (дата обращения: 24.07.2024).
19. Azzalini A., Capitanio A. Statistical applications of the multivariate skew-normal distribution // Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology). 1999. Vol. 61, no 1. P. 579–602.
20. O'Hagan A., Leonard T. Bayes estimation subject to uncertainty about parameter constraints // Biometrika. 1976. Vol. 63(1). P. 201–203.
21. Azzalini A., Capitanio A. The skew-normal and related families. Cambridge, 2014. 262 p.
22. Azzalini A. A class of distributions which includes the normal ones // Scandinavian Journal of Statistics. 1985. No 12. P. 171–178.

REFERENCES

1. Hearle J. W. S., Morton W. E. Physical Properties of Textile Fibres. New York, Elsevier, 2008. 796 p.
2. Kiron M. I. USTER HVI 1000: Principle of fiber testing. Textile Learner. 2021;6. URL: <https://textilelearner.net/uster-hvi-1000-principles-of-fiber-testing/> (accessed 22.07.2024).
3. Kiron M. I. Cotton fibre length measuring instruments: Merits and limitations. Textile Learner. 2015. URL: <https://textilelearner.net/cotton-fibre-length-measuring-instruments> (accessed: 22.07.2024).
4. Turner C., Sayeed Md. A., Hequet E. Reconstruction of the cotton fiber length distribution from a High Volume Instrument® fibrogram. Textile Research Journal. 2023;93(7-8):1651–1669.
5. Zhou J., Wang, J., Xu, B. Extracting fiber length distributions from dual-beard fibrographs with the Levenberg–Marquardt algorithm. Textile Research Journal. 2019;90(1):37–48.
6. Cui X., Rodgers J., Cai Y., Li L., Belmasrour R., Pang S.-S. Obtaining cotton fiber length distributions from the beard test method. Part 1. Theoretical distributions related to the beard method. Journal of Cotton Science. 2009;13:265–273.
7. Bargeron J. D. Mass determination of the cotton length fibrogram. Proceedings of the Beltwide Cotton Conference. San Diego, 1998. Vol. 2. P. 1514–1516.
8. Sevost'yanov P. A., Zabrodin D. A., Dasyuk P. E. Computer modeling in research of textile materials and production. Moscow : Tiso Print Publ., 2014. 264 p.
9. Afonchikov F. A. Assessment of cotton fiber uniformity. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Series Textile Industry Technology]. 1957;1:28–32. (In Russ.)
10. Matrokhin A. Yu. Automated design and quality assurance in spinning production using real-time monitoring. Doct. techn. sci. dis. Ivanovo, 2011. 464 p.
11. Prier H. W., Sasser P. E. The mathematical basis of fiber-length analysis from fibrogram data. Textile Research Journal. 1971;42:410–419.
12. Krowicki R. S., Thibodaux D. P., Duckett, K. E. Generating fiber length distribution from the fibrogram. Textile Research Journal. 1996;66:306–310.
13. Котов Д. А., Дзхабаров Г. Д., Балтабаев С. Д. Primary processing of cotton. Moscow, Legkaya industriya Publ., 1978. 430 p.
14. Korobov N. A., Matrokhin A. Yu., Gusev B. N. Revealing of dependence between characteristics of fibres' length under direct and indirect methods of measurement. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Series Textile Industry Technology]. 2006;5(293):29–32.
15. Python Software Foundation. Python programming language. Official website. URL: <https://www.python.org> (accessed 24.07.2024).
16. NumPy. Official website. URL: <https://numpy.org> (accessed 24.07.2024).

17. Matplotlib – Visualization with Python. Official website. URL: <https://matplotlib.org> (accessed 24.07.2024).
18. Documentation for SciPy: module scipy.stats.skewnorm. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.skewnorm.html> (accessed 24.07.2024).
19. Azzalini A., Capitanio A. Statistical applications of the multivariate skew-normal distribution. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology). 1999;61(1):579–602.
20. O'Hagan A., Leonard T. Bayes estimation subject to uncertainty about parameter constraints. Biometrika. 1976;63(1):201–203.
21. Azzalini A., Capitanio A. (The skew-normal and related families). Cambridge, 2014. 262 p.
22. Azzalini A. A class of distributions which includes the normal ones. Scandinavian Journal of Statistics. 1985;1:171–178.

Статья поступила в редакцию 11.09.2025
Принята к публикации 17.11.2025

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Е. Л. Пашин, доктор технических наук, профессор
А. В. Орлов, кандидат технических наук, доцент