

Научная статья

УДК 621.792.6

EDN BUYDGZ

<https://doi.org/10.34216/2587-6147-2025-2-68-29-35>

**Ксения Юрьевна Стрункина<sup>1</sup>**

**Павел Николаевич Рудовский<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Военная академия радиационной, химической и биологической защиты имени маршала Советского Союза С. К. Тимошенко, г. Кострома, Россия

<sup>2</sup>Костромской государственный университет, г. Кострома, Россия

<sup>1</sup>[strunkina.ksyu@mail.ru](mailto:strunkina.ksyu@mail.ru), <https://orcid.org/0009-0000-7366-7891>

<sup>2</sup>[pavel\\_rudovsky@mail.ru](mailto:pavel_rudovsky@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0002-8675-2910>

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА НАПРАВЛЕНИЙ УКЛАДКИ ТЕКСТИЛЬНОГО АРМИРУЮЩЕГО НАПОЛНИТЕЛЯ С УЧЕТОМ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛИ

**Аннотация.** Разработан алгоритм и программная реализация расчета направлений армирования с учетом напряженного состояния детали. Исходными данными для расчета являются полученные на основе конечно-элементного моделирования значения напряжений в детали. Направления укладки наполнителя в узлах конечно-элементной сетки совпадают с направлениями главных напряжений. В результате формируется два семейства кривых, совпадающих с направлениями максимальных и минимальных главных напряжений. Одно семейство предназначено для укладки нити в четных, а другое в нечетных слоях наполнителя. Приведены результаты применения предлагаемого алгоритма на примере модели, испытывающей сложное напряженное состояние.

**Ключевые слова:** композиционные материалы, армирующий наполнитель, армирование текстильными нитями, главные напряжения, конечно-элементное моделирование, кривые укладки, конечно-элементная сетка

**Благодарности:** исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 24-29-20162).

**Для цитирования.** Стрункина К. Ю., Рудовский П. Н. Алгоритм расчета направлений укладки текстильного армирующего наполнителя с учетом напряженного состояния детали // Технологии и качество. 2025. № 2(68). С. 29–35. <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2025-2-68-29-35>.

Original article

**Ksenia Yu. Strunkina<sup>1</sup>**

**Pavel N. Rudovsky<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Military Academy of Radiation, Chemical and Biological Defence

named after Marshal of the Soviet Union S. K. Timoshenko, Kostroma, Russia

<sup>2</sup>Kostroma State University, Kostroma, Russia

## ALGORITHM FOR CALCULATING THE DIRECTIONS OF LAYING TEXTILE REINFORCING FILLER TAKING INTO ACCOUNT THE STRESS STATE OF THE PART

**Abstract.** An algorithm and software implementation for calculating reinforcement directions taking into account the stress state of the part have been developed. The initial data for the calculation are the stress values in the part obtained on the basis of finite element modelling. The directions of filling material placement in the nodes of the finite element mesh coincide with the directions of the principal stresses. As a result, two families of curves are formed that coincide with the directions of the maximum and minimum principal stresses. One family is intended for laying the thread in even, and the other in odd layers of the filler. The results of applying the proposed algorithm are given on the example of a model experiencing a complex stress state.

**Keywords:** composite materials, reinforcing filler, textile thread reinforcement, principal stresses, finite element modelling, stacking curves, finite element mesh

**Acknowledgements:** the research was carried out with the financial support of the grant from the Russian Science Foundation (project No. 24-29-20162).

**For citation:** Strunkina K. Yu., Rudovsky P. N. Algorithm for calculating the directions of laying textile reinforcing filler taking into account the stress state of the part. *Technologies & Quality*. 2025. No 2(68). P. 29–35. (In Russ.). <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2025-2-68-29-35>.

Композиционные материалы обладают ярко выраженной анизотропией механических свойств. В исследовании [1] показано, что механические свойства таких материалов существенно зависят от соотношения направления нагружения и направления армирования. В случае сложного напряженного состояния деталей главные площадки в разных точках детали не совпадают друг с другом. Поэтому создать композиционный материал с использованием армирующего наполнителя, получаемого по ткацкой технологии, можно только для некоторого ограниченного класса деталей и способов нагружения [2, 3]. Причем композиционные материалы, армированные тканями, обладают низкой устойчивостью к нагрузкам, сдвигающим слои. Для повышения устойчивости композиционных материалов к таким нагрузкам используют 3D-ткани [4, 5]. Однако при этом учесть особенности нагружения каждой детали не удастся.

Полностью учесть распределение напряжений при выборе направлений армирования можно, используя технологию программируемой раскладки с помощью специального 3D-принтера [6]. Задача выбора оптимального направления армирования при отсутствии компоновочных требований к форме детали преобразуется в задачу топологической оптимизации [7]. В результате ее решения конструкция детали преобразуется в стержневую, и укладка армирующего наполнителя производится вдоль стержней.

В случае сохранения заданной формы деталей необходимо рассчитать траектории укладки армирующего наполнителя таким образом, чтобы направление нитей в каждой точке совпадало с направлением главных напряжений [8, 9].

Рассмотрим алгоритм автоматизированного расчета кривых укладки нитей армирующего наполнителя на примере детали, находящейся в плоском напряженном состоянии. Исходными данными для проектирования являются геометрическая модель детали, ее закрепление, приложенные нагрузки (рис. 1) и физические характеристики материала матрицы.

Деталь, показанная на рисунке 1, жестко закреплена по дуге *abc*, а по дуге *def* к ней приложено равномерно распределенное давление.

Расчет напряженного состояния проведем в среде ANSYS Workbench. Деталь имеет ось

симметрии, поэтому расчет напряженного состояния ведется для половины детали. На рисунке 2 показана конечно-элементная сетка и картина напряжений на деформированной форме детали.

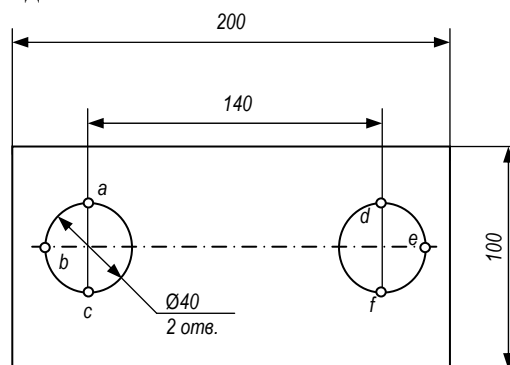


Рис. 1. Форма и нагружение детали

Численные результаты расчета выводятся в файл формата .xls, содержащий данные о напряженно-деформированном состоянии в виде таблицы (см. табл.).

В столбцах таблицы приведены следующие данные: номер узла конечно-элементной сетки; координаты  $x$ ,  $y$  узла; компоненты нормальных напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , а также касательные напряжения  $\tau_{xy}$ .

Целью настоящей работы является расчет траекторий укладки армирующего наполнителя, направление которых в каждом узле совпадает с направлением главных напряжений.

Расчет главных напряжений и построение кривых укладки на основе полученных данных выполняются согласно предлагаемому алгоритму. Опишем его работу в виде совокупности пяти этапов.

1. *Формирование списков на основе данных из полученного файла.* Весь объем данных разбивается в несколько списков, содержащих отдельно абсциссы ( $x\_koord$ ) и ординаты ( $y\_koord$ ) каждой точки, а также двумерный массив ( $table$ ), компонентами которого выступали массивы, содержащие информацию о каждой узловой точке в отдельности. Последний массив состоит из множества одномерных списков (их количество равно количеству узловых точек рассматриваемой модели), компонентами которых являются: номер узловой точки; ее координаты  $x$ ,  $y$ ; компоненты нормальных напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , а также касательные напряжения  $\tau_{xy}$ .

Отметим, что реализация данного шага необходима для удобства проведения дальнейших расчетов и построения узловых точек по их координатам.

2. *Расчет направлений главных напряжений в каждой узловой точке.* Для расчета углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_3$ , характеризующих направления главных напряжений [9], используются следующие формулы:

$$\alpha_1 = 0,5 \arctg \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}; \quad (1)$$

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{2} + \alpha_1, \quad (2)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_3$  – углы между направлениями наибольшего и наименьшего главного напряжения и положительным направлением оси абсцисс.

В последующем полученные значения записываются в списки *alf1* и *alf3* соответственно. При этом порядок следования элементов в полученных списках соответствует порядку, в котором следуют координаты узлов в списках, полученных в п. 1.

3. *Определение «граничных» точек.*

В этом пункте алгоритма производится классификация всех узловых точек конечно-элементной сетки на точки, расположенные внутри контура детали, и точки, расположенные на самом

контуре, так называемые граничные точки. Точки, находящиеся на контуре детали, записываем в список *koord\_krai*.

4. *Построение всех узловых точек, особо выделяя «граничные».* Этот пункт реализуется для иллюстрации работы алгоритма, позволяющей оценить его работоспособность.

Координаты узловых точек получаем из соответствующих списков (*x\_koord*, *y\_koord*), координаты граничных точек – из списка, полученного на предыдущем шаге (*koord\_krai*). Все «внутренние» точки модели окрашиваем черным цветом, а точки, находящиеся на контуре, для наглядности выделяем красным. Результаты работы алгоритма на данном этапе показаны на рисунке 3.

5. *Построение кривых вдоль направлений главных напряжений.* Построение каждой кривой начинаем из граничной точки (см. п. 3). При этом формируем два слоя кривых, проходящих через узловые точки под углом  $\alpha_1$  и под углом  $\alpha_3$  к положительному направлению оси абсцисс.

Для формирования каждого слоя выполняем следующую последовательность действий.

Шаг 1. Из списка граничных точек выбираем точку с координатами ( $x_0$ ;  $y_0$ ), определяем для нее компоненту главного напряжения  $\alpha_1$  или  $\alpha_3$ , в зависимости от того вдоль максимального или минимального главного напряжения выполняется построение текущего слоя.

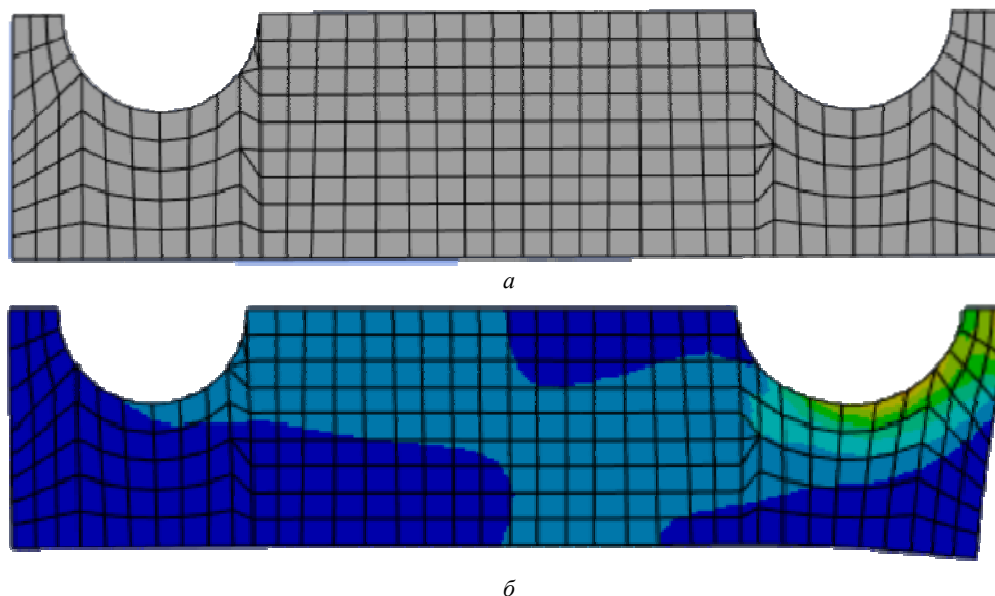


Рис. 2. Конечно-элементная сетка (а) и распределение напряжений в детали (б)

Т а б л и ц а

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния детали

| Node Number | X Location (m) | Y Location (m) | SX (Pa)  | SY (Pa)   | SXY (Pa)  |
|-------------|----------------|----------------|----------|-----------|-----------|
| 1           | 6,99E-02       | –2,00E-02      | 2,29E+06 | –4,89E+05 | –1,52E+05 |
| 2           | 6,99E-02       | 2,00E-02       | 2,28E+06 | –4,42E+05 | 1,80E+05  |
| 3           | 7,47E-02       | –1,94E-02      | 1,96E+06 | –9,06E+05 | 7,74E+05  |
| ...         | ...            | ...            | ...      | ...       | ...       |

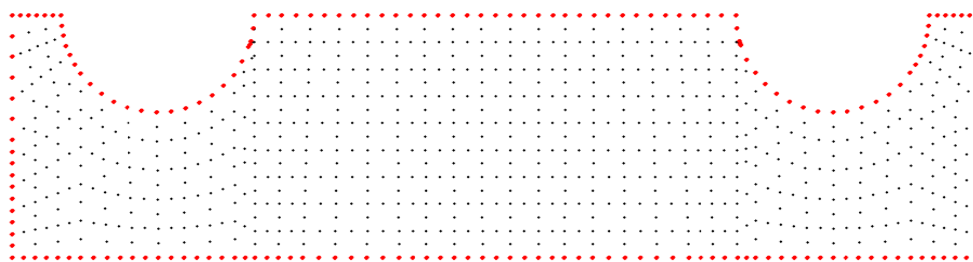


Рис. 3. Результат выделения «граничных» точек

Шаг 2. Вычисляем координаты точки, в которую необходимо провести отрезок из точки  $(x_0; y_0)$ . Искомая точка расположена от исходной на расстоянии  $\Delta$  под углом  $\alpha$ , соответствующим направлению компоненты главного напряжения в точке  $(x_0; y_0)$  (рис. 4).

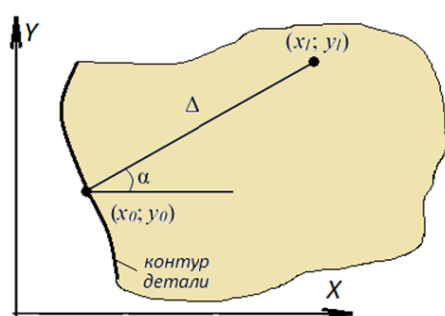


Рис. 4. К расчету координат точек, принадлежащих кривым укладки армирующего наполнителя

Величина  $\Delta$  выбирается в соответствии с размером элемента конечно-элементной сетки.

Из рисунка 4 видно, что координаты искомой точки  $(x_1; y_1)$  можно определить по следующим формулам:

$$x_1 = x_0 + \Delta \cdot \cos \alpha; \quad (3)$$

$$y_1 = y_0 + \Delta \cdot \sin \alpha. \quad (4)$$

Шаг 3. Проверяем координаты точки, полученной на шаге 2, на «граничность». Если точка является «граничной», то это означает, что линия укладки проведена от одной точки на контуре до другой и можно переходить к построению следующей линии. Переходим к шагу 1; если же для точки условия «граничности» не выполняются, переходим к шагу 4.

Шаг 4. Определяем следующую точку, в которую необходимо провести отрезок длины  $\Delta$ . Из полученной на предыдущем шаге точки  $(x_1; y_1)$  проводим окружность радиусом  $\Delta$  и определяем узловые точки, попавшие в рассматриваемую окрестность, – их координаты  $(x_2; y_2)$  должны удовлетворять неравенству:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \leq \Delta^2. \quad (5)$$

Суммируем направления главных напряжений отобранных точек и делим полученное число на количество точек, попавших в рассматриваемую окрестность. Таким образом получаем среднее направление главных напряжений внутри рассматриваемой окрестности.

Отметим, что могут найтись точки, для которых окрестность будет пустой. В таком случае программа будет выдавать ошибку деления на ноль. Чтобы избежать упомянутой ошибки, в случае отсутствия точек в окрестности точки  $(x_1; y_1)$  вычисление координат новой точки будем производить, используя последнее рассчитанное среднее направление главных напряжений предыдущей точки.

Координаты искомой точки будут находиться по формулам (3), (4), приведенным на шаге 2.

Шаг 5. Проверяем координаты точки, полученной на шаге 3, на «граничность». Если полученная точка является граничной, то переходим к шагу 1, иначе – к шагу 4.

Таким образом предложенный алгоритм обработает все объекты списка граничных точек и построит слой кривых вдоль направлений главных напряжений. Блок-схема предложенного алгоритма приведена на рисунке 5.

Разработанный алгоритм реализован в виде программы на языке программирования Python. В процессе отладки программы проводились расчеты тестовых задач. По результатам расчета были получены кривые, показанные на рисунке 6.

На рисунке 6, а кривые проходят через узлы конечно-элементной сетки под углом  $\alpha_1$ . Такая укладка обеспечивается в нечетных слоях армирующего наполнителя. На рисунке 6, б кривые проходят через узлы конечно-элементной сетки под углом  $\alpha_3$ . Такая укладка обеспечивается в четных слоях армирующего наполнителя.

На приведенных изображениях наблюдается сгущение кривых на тех участках моделей, которые подвержены наибольшему напряжению.

## ВЫВОДЫ

1. Анализ расположения нитей армирующего наполнителя в композиционном материале показал, что структура армирующего на-

полнителя должна назначаться в зависимости от формы детали и ее напряженного состояния.

2. Предложен алгоритм расчета кривых укладки армирующего наполнителя с учетом распределения главных напряжений в детали.

3. Разработана прикладная программа на языке Python, позволяющая рассчитывать кривые укладки армирующего наполнителя в четных и нечетных слоях.

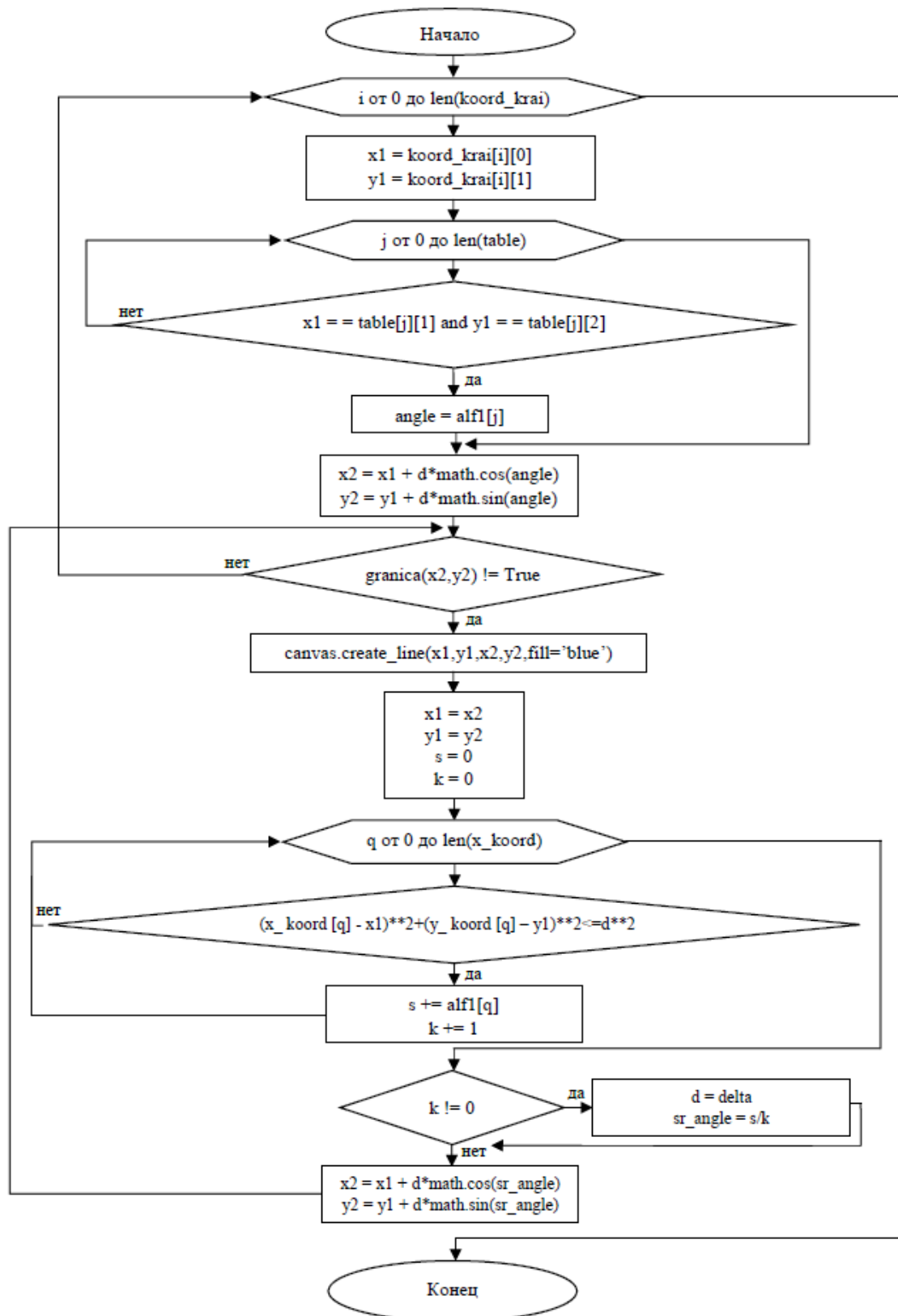


Рис. 5. Блок-схема алгоритма построения кривых укладки армирующего наполнителя по направлениям главных напряжений

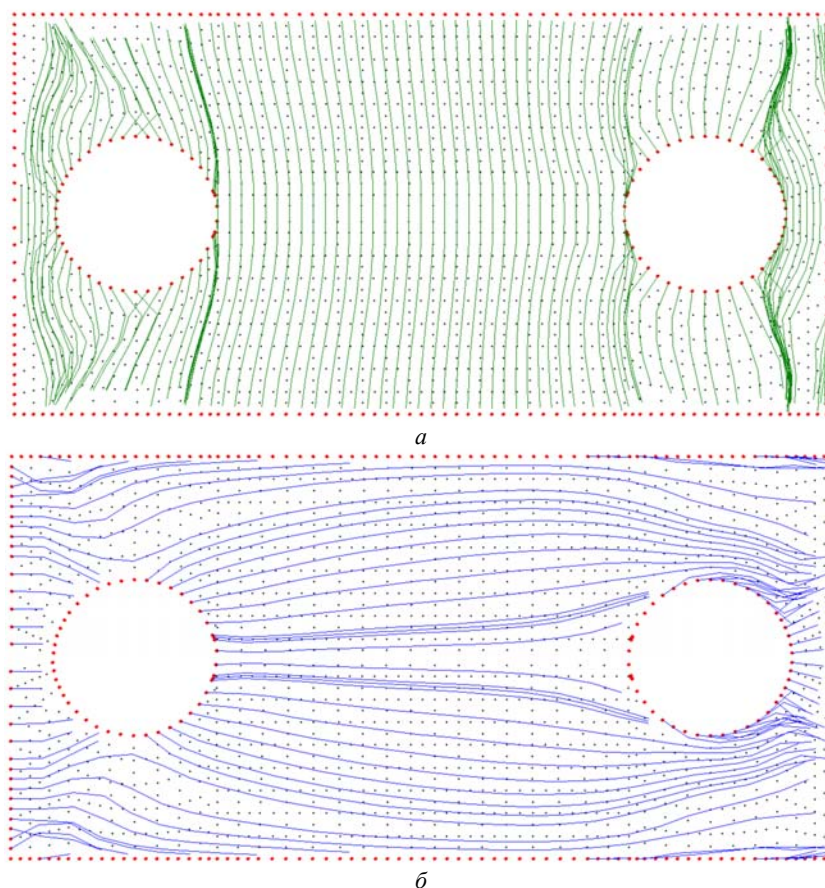


Рис. 6. Кривые укладки армирующего наполнителя по направлениям наибольших (а) и наименьших (б) главных напряжений

#### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Влияние укладки и угла несоосности на механические свойства волокнисто-армированных стеклопластиков / Л. М. Кун, В. Чжэн, С. Б. Ван, Г. Д. У, Я. Я. Ци, Я. Цз. Сюэ, Б. Ч. Ван, Х. М. Сюй // Механика композитных материалов. 2021. Т. 57, № 4. С. 783–796.
2. Grechukhin A. P., Seliverstov V. Y., Rudovskiy P. N. The method of determination of yarn bending rigidity and friction factor during interaction of fibers // The Journal of the Textile Institute. 2017. Vol. 108, No 12. P. 2067–2072.
3. Рудовский П. Н., Гречухин А. П., Палочкин С. В. Рациональное армирование деталей из композиционных материалов тканями с переменной плотностью по утку // Вестник Костромского государственного технологического университета. 2015. № 2(35). С. 21–23.
4. Определение рациональных параметров системы заправки нитей при формировании трехмерного ортогонального тканого волокнистого материала / А. П. Гречухин, С. Н. Ушаков, П. Н. Рудовский, С. В. Палочкин // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2018. № 5(377). С. 111–115.
5. Влияние величины смещения слоя горизонтального утка на плотность расположения вертикальных слоев нитей при формировании трехмерных ортогональных тканей / С. Н. Ушаков, А. П. Гречухин, П. Н. Рудовский, С. В. Палочкин // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2018. № 6(378). С. 96–100.
6. Azarov A. V., Latysheva T. A., Khaziev A. R. Optimal design of advanced 3D printed composite parts of rocket and space structures // Advances in Composite Science and Technology (ACST 2019). IOP Conf. Series : materials Science and Engineering. M., 2020. T. 934. C. 012062.
7. Косых П. А., Азаров А. В. Алгоритм топологической оптимизации композитных конструкций, основанный на анализе главных напряжений // Инженерный журнал: наука и инновации. 2023. № 12(144). С. 1–18. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algoritm-topologicheskoy-optimizatsii-kompozitnyh-konstruktsiy-osnovannyu-na-analize-glavnyh-napryazheniy/viewer> (дата обращения: 26.04.2025).

8. Стрункина К. Ю., Рудовский П. Н. Выбор рационального направления армирования композитов на текстильной основе // Повышение энергоресурсоэффективности, экологической и технологической безопасности процессов и аппаратов химической и смежных отраслей промышленности (ISTS “EESTE-2024”) : сборник науч. тр. Междунар. науч.-техн. симпозиума, посвященного 120-летию со дня рождения П. Г. Романкова. М., 2024. С. 312–316.
9. Стрункина К. Ю., Рудовский П. Н. Повышение прочности композиционных материалов на текстильной основе путем выбора рационального направления армирования // Цифровые технологии в производстве : материалы Всерос. науч.-техн. конф. Кострома, 2024. С. 56–60.
10. Феодосьев В. И. Соппротивление материалов : учебник для вузов. 15 изд., испр. М. : Изд-во МГТУ им. М. Э. Баумана, 2010. 500 с.

## REFERENCES

1. Kong L. M., Zheng W., Wang X. B., Wu G. D., Qi Ya. Ya., Xue Y. J., Wang B. Ch., Xu H. M. Effects of layering types and fiber off-axis angle on the mechanical properties of s-glass-fiber-reinforced composites. *Mekhanika kompozitnyh materialov* [Mechanics of composite materials]. 2021;57,4:783–796. (In Russ.)
2. Grechukhin A. P., Seliverstov V. Y., Rudovskiy P. N. The method of determination of yarn bending rigidity and friction factor during interaction of fibers. *The Journal of the Textile Institute*. 2017;108,12:2067–2072.
3. Rudovskiy P. N., Grechukhin A. P., Palochkin S. V. Rational reinforcement of parts made of composite materials with fabrics with variable weft density. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta* [Bulletin of the Kostroma State Technological University]. 2015;2(35):21–23. (In Russ.)
4. Grechukhin A. P., Ushakov S. N., Rudovsky P. N., Palochkin S. V. Determination of rational parameters of the thread threading system during the formation of three-dimensional orthogonal woven fibrous material. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Series Textile Industry Technology]. 2018;5(377):111–115. (In Russ.)
5. Ushakov S. N., Grechukhin A. P., Rudovsky P. N., Palochkin S. V. Influence of the value of displacement of the layer of the horizontal duck on the density of the orientation of vertical layers of threads during formation of 3d-orthogonal tissues. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Series Textile Industry Technology]. 2018;6(378):96–100. (In Russ.)
6. Azarov A. V., Latysheva T. A., Khaziev A. R. Optimal design of advanced 3D printed composite parts of rocket and space structures. *Advances in Composite Science and Technology (ACST 2019)*. IOP Conf. Series : materials Science and Engineering. Moscow, 2020. P. 012062.
7. Kosykh P. A., Azarov A. V. Topology optimization algorithm in composite structures based on analyzing the principal stresses. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovacii* [Engineering Journal: Science and Innovation]. 2023;12(144): 1–18. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algoritm-topologicheskoy-optimizatsii-kompozitnyh-konstruktsiy-osnovannyi-na-analize-glavnyh-napryazheniy/viewer> (accessed 26.04.2025) (In Russ.)
8. Strunkina K. Yu., Rudovsky P. N. Selection of a Rational Direction of Reinforcement of Textile-Based Composites. In the collection: Improving Energy and Resource Efficiency, Environmental and Technological Safety of Processes and Apparatus in the Chemical and Related Industries (ISTS “EESTE-2024”). Collection of scientific papers of the international scientific and technical symposium dedicated to the 120th anniversary of the birth of P. G. Romankov. Moscow, 2024. P. 312–316. (In Russ.)
9. Strunkina K. Yu., Rudovsky P. N. Increasing the strength of textile-based composite materials by choosing a rational reinforcement direction. In the collection: Digital technologies in production. Proceedings of the All-Russian scientific and technical conference. Kostroma, 2024. P. 56–60. (In Russ.)
10. Feodosyev V. I. Strength of materials: textbook. for universities. 15th ed. corrected. Moscow, Bauman Moscow St. Tech. Univ. Publ., 2010. 500 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 2.05.2025

Принята к публикации 20.05.2025