

Научная статья

УДК 677.017

EDN EFZIWK

<https://doi.org/10.34216/2587-6147-2026-2-72-38-43>

Юрий Степанович Шустов¹

Тимофей Викторович Зиновьев²

Виктор Павлович Зиновьев³

¹ Российский государственный университет им. А. Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство), Москва, Россия

² ООО «Точные детали», Москва, Россия

³ Федеральный медицинский биофизический центр им. А. И. Бурназяна, Москва, Россия

¹ 6145263@mail.ru; <https://orcid.org/0009-0001-0740-4572>

³ <https://orcid.org/0000-0001-8244-2336>

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ОБЪЕМНОЙ ПЛОТНОСТИ ОДИНОЧНОЙ ПРЯЖИ ОТ КОЭФФИЦИЕНТА КРУТКИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Аннотация. В статье дается аналитическое обоснование выбора численных значений параметров математической модели объемной плотности пряжи от степени ее скрученности с целью оптимизации чувствительности математического аппарата, использованного в модели. Также проводится анализ свойств функциональной зависимости объемной плотности пряжи от коэффициента крутки на отсутствие разрывов функции в диапазоне наиболее часто встречающихся значений независимой переменной. Научная новизна и интерес настоящей работы заключается в решении задачи выбора наиболее оптимальных значений параметров, используемых в математической модели для достижения ее максимальной чувствительности к изменениям независимого фактора (коэффициента крутки). Главной целью настоящего аналитического исследования являлось доказательство адекватной работоспособности предложенной автором математической модели на всем диапазоне применяемых значений коэффициента крутки и отсутствия разрывов в предлагаемой математической модели.

Ключевые слова: пряжа, поперечник (диаметр) пряжи, волокна, объемная плотность пряжи, линейная плотность пряжи, гексагональное расположение волокон, сечение пряжи

Для цитирования: Шустов Ю. С., Зиновьев Т. В., Зиновьев В. П. Аналитическое исследование зависимости объемной плотности одиночной пряжи от коэффициента крутки для создания математической модели // Технологии и качество. 2026. № 2(72). С. 38–43. <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2026-2-72-38-43>.

Original article

Yuri S. Shustov¹

Timofey V. Zinovyev²

Viktor P. Zinovyev³

¹ Kosygin State University of Russia (Technologies. Design. Art), Moscow, Russia

² LLC “Exact details”, Moscow, Russia

³ Burnasyan Federal Medical Biophysical Center of Federal Medical Biological Agency, Moscow, Russia

ANALYTICAL STUDY OF THE DEPENDENCE OF THE VOLUME DENSITY OF A SINGLE YARN ON THE TWIST COEFFICIENT TO CREATE A MATHEMATICAL MODEL

Abstract. This article provides an analytical justification for the choice of numerical values of the parameters of a mathematical model of the volumetric density of yarn from the degree of its twisting in order to optimise the sensitivity of the mathematical apparatus used in the model. The analysis of the properties of the functional dependence of the volumetric density of yarn on the twist coefficient for the absence of function breaks in the range of the most common values of the independent variable is also carried out. The scientific novelty and interest of this work lies in solving the problem of choosing the most optimal values of parame-

ters used in a mathematical model to achieve its maximum sensitivity to changes in an independent factor (twist coefficient). The main objective of this analytical study was to prove the adequate performance of the mathematical model proposed by the author (1) over the entire range of applied values of the twist coefficient and the absence of discontinuities in the proposed mathematical model.

Keywords: yarn, yarn diameter, fibres, yarn volume density, linear yarn density, hexagonal fibre position, yarn cross section

For citation: Shustov Yu. S., Zinoviev T. V., Zinoviev V. P. Analytical study of the dependence of the volume density of a single yarn on the twist coefficient to create a mathematical model. Technologies & Quality. 2026. No 2(72). P. 38–43. (In Russ.) <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2026-2-72-38-43>.

В работе [1] содержатся результаты исследований, проведенных с целью определения объемной плотности и диаметра аппаратной шерстяной пряжи в зависимости от коэффициента крутки. Предложенная в статье модель имеет вид:

$$\gamma(T_{\phi}, \alpha_{\phi}) = \gamma_0 + [\gamma(T_{\phi}, \alpha_t) - \gamma_0] K_1 \left(1 - \frac{K_2}{K_2 + \alpha_{\phi}^2} \right), \quad (1)$$

где $\gamma(T_{\phi}, \alpha_{\phi})$ – объемная плотность исследуемой пряжи линейной плотности T_{ϕ} с фактическим коэффициентом крутки α_{ϕ} ;

γ_0 – объемная плотность ровницы, из которой была получена данная пряжа (принимается одинаковой для любого вида пряжи: гребенной или кардной, так как в ровнице преобладают воздушные промежутки и значение γ_0 существенно меньше, чем объемная плотность пряжи);

$\gamma(T_{\phi}, \alpha_t)$ – объемная плотность исследуемой пряжи рассматриваемой линейной плотности и состава, но при степени скрученности, соответствующей табличному значению, т. е. при α_t ;

K_1, K_2 – параметры, зависящие от сырьевого состава пряжи;

Показатель $\gamma(T_{\phi}, \alpha_t)$ определяется по формуле, предложенной в работе [1]:

$$\gamma(T_{\phi}, \alpha_t) = \gamma_t \left(\frac{T_t}{T_{\phi}} \right)^m, \quad (2)$$

где γ_t – табличное значение объемной плотности пряжи при $T_t = 84$ текс, $\alpha_t = 41$;

m – параметр, характеризующий тонины, извитость волокон и упорядоченность структуры пряжи [1, табл. 1] (определен экспериментально для различных сортов волокон шерсти, находится в диапазоне $0,19 < m < 0,24$).

Приведенный в литературе [1–3] материал имеет важное практическое значение для расче-

та диаметра пряжи при проектировании текстильных материалов: тканей и трикотажа, однако в статьях ничего не сказано о надежности применения данной модели в диапазоне наиболее широко применяемых значений коэффициента крутки. Остается открытым вопрос об устойчивости результатов расчетов по указанной модели и их корректности при значительном изменении коэффициента крутки, а также о ее чувствительности к изменению этого фактора.

Имея в виду вышесказанное, представляется актуальной задачей проведение анализа предлагаемой зависимости на устойчивость и корректность результатов расчетов.

Качественная картина зависимости объемной плотности пряжи от степени ее скрученности (коэффициента крутки) представлена на рисунке 1.

На рисунке изображены для сравнения две области возможных значений объемной плотности двух видов пряжи: хлопчатобумажной и шерстяной. Эти области представляют собой пространства, ограниченные линиями 1 и 2 для хлопка и 3 и 4 для шерсти. Это значит, что все множества пряж из хлопка или шерсти, которые только возможно произвести, располагаются внутри области с указанными границами.

На рисунке 1 отмечено положение табличного значения коэффициента крутки α_t , которое принимает различные значения для хлопка или шерсти.

Представим себе, что и для хлопковых, и для шерстяных волокон мы выбрали значение α_t (Хлопок).

В этом случае диапазон возможных значений объемной плотности хлопчатобумажной пряжи $\Delta\gamma$ (Хлопок) представлен отрезком ab (см. рис. 1). Диапазон изменения этого же показателя при том же значении α_t для шерсти существенно меньше. Он представлен отрезком cd . Поэтому определить точное значение $\gamma(\alpha_t)$ для хлопка в этом случае проще. Если, наоборот, для расчетов взять значение α_t (Шерсть), которое на рисунке 1 показано отрезком ef , то для шерстяной пряжи можно обеспечить хорошую

точность определения $\gamma(\alpha_i)$. Для хлопковой пряжи точность определения $\gamma(\alpha_i)$ будет неудовлетворительная. Это вызвано тем, что в таком узком диапазоне значений (отрезок gh на ри-

сунке 1), который получится в этом случае для хлопка, трудно отделить одну пряжу от другой, так как все кривые лежат слишком близко друг к другу.

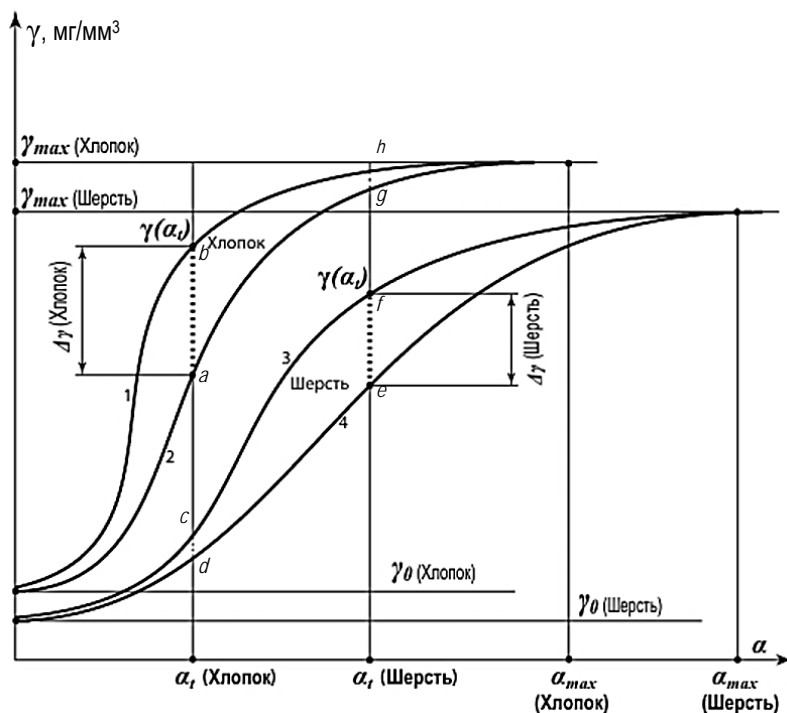


Рис. 1. Влияние вида волокон на форму и размеры кривых зависимости объемной плотности пряжи от коэффициента крутки

Поэтому для различных видов волокон табличное значение коэффициента крутки должно быть разным. В этом случае неизбежно встает вопрос о том, как определить это табличное значение для того или иного вида волокон, чтобы было легче отделить одну пряжу от другой.

Отделить одну пряжу от другой значит доказать значимость различия средних значений объемной плотности двух или нескольких пруж со статистической точки зрения. Так как пряжа, как и большинство текстильных волокнистых материалов, обладает существенной неравномерностью по своим свойствам, то для доказательства гарантированной разницы в средних значениях необходимо, чтобы размах случайной величины был меньше диапазона ее возможных значений. И чем меньше этот размах или больше диапазон, тем заметнее разница в средних значениях исследуемой случайной величины. Таким свойством кривые обладают в точке перегиба, поэтому выбор табличного значения коэффициента крутки должен быть в окрестностях этой точки.

Определение значения аргумента в точке перегиба сводится к определению экстремума первой производной от исследуемой зависимости. В данном случае речь идет о максимуме первой

производной и соответственно значению аргумента, при котором этот максимум достигается.

Исследуемой функцией является функция (3), полностью аналогичная выражению (1), но имеющая более простые обозначения переменных для лучшего восприятия и программирования в среде Mathcad [4], где проводились расчеты:

$$\gamma(\alpha) = \gamma_b + (\gamma_1 - \gamma_b) K_1 \left(1 - \frac{K_2}{K_2 + \alpha^2} \right). \quad (3)$$

Первая производная этой функции равна

$$\psi(\alpha) = \frac{d\gamma(\alpha)}{d\alpha} = \frac{(\gamma_1 - \gamma_b) \cdot 2\alpha K_2}{(K_2 + \alpha^2)^2}, \quad (4)$$

а геометрическая интерпретация поиска экстремума [5] представлена на рисунке 2.

Максимум производной достигается при $\alpha_{\max} = 15,77$, но необходимо учесть технологические ограничения, которые заключаются в том, что в соответствии с данными [6] для достижения устойчивости процесса формирования пряжи коэффициент крутки должен быть больше 25. Поэтому выбираем α_i в диапазоне 25...35, что достаточно близко к 25. При этом соблюдаются одновременно и технологические ограничения с точки

зрения устойчивости процесса формирования пряжи (обрывность в норме) и формальные для достижения наибольшей чувствительности предлагаемой математической модели.

Рисунок 2 иллюстрирует поведение одной единственной пряжи, для которой справедливы рассчитанные коэффициенты K_1 и K_2 . Однако

для обоснования правильности выбора табличного значения коэффициента крутки α_t следует проанализировать изменение графика объемной плотности пряжи не только в зависимости от коэффициента крутки, но и от наиболее влияющего параметра K_2 . Такой анализ легко провести, построив двумерную модель, как на рисунке 3.

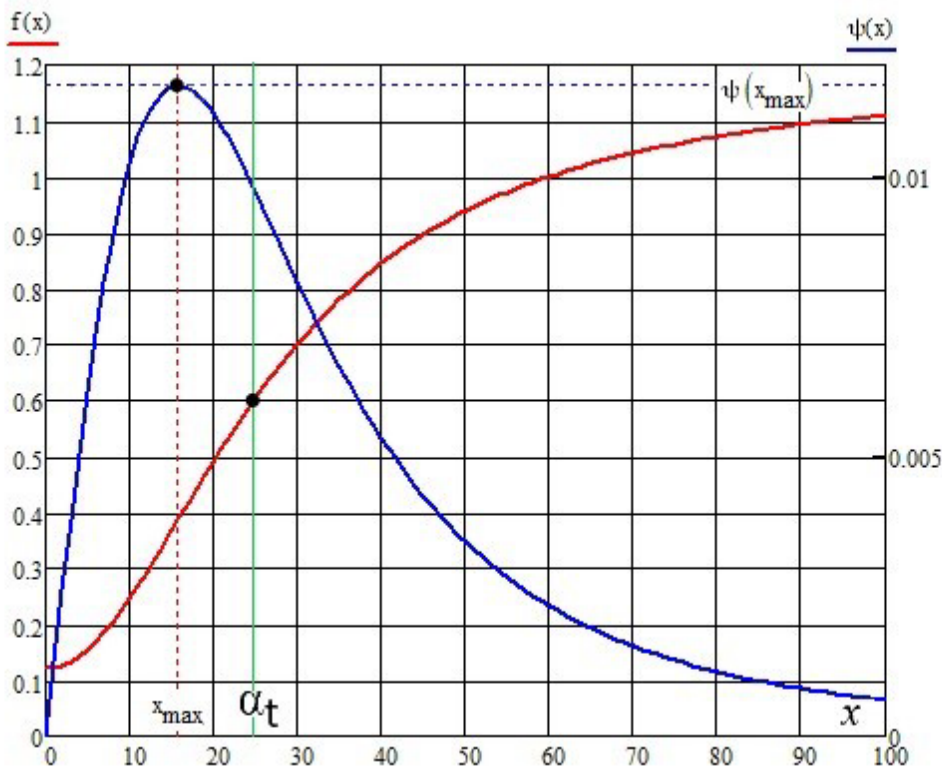


Рис. 2. Обоснование выбора табличного значения коэффициента крутки (значения графика первой производной отложены по дополнительной оси ординат)

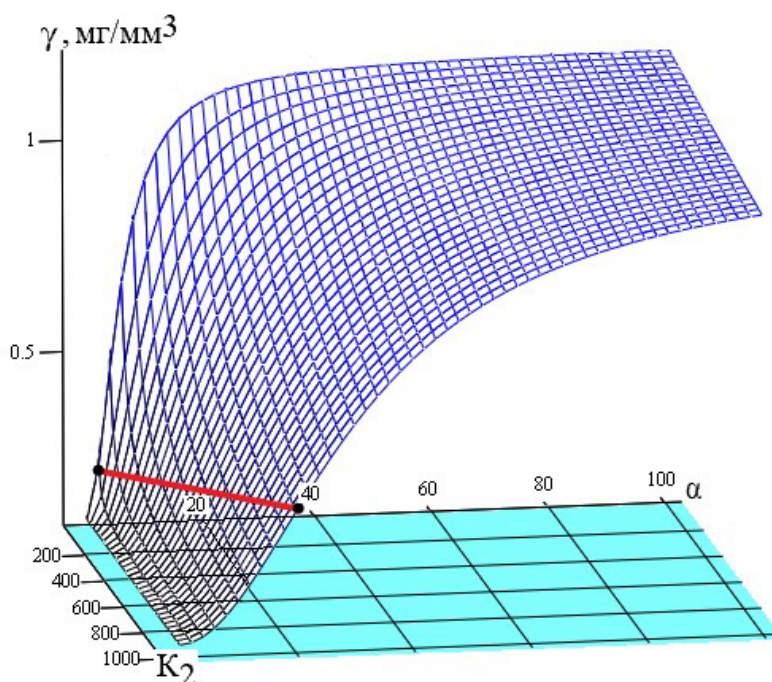


Рис. 3. Двумерная модель объемной плотности пряжи в зависимости от коэффициента крутки α и параметра модели K_2

Из рисунка 3 хорошо видно, что точка перегиба у семейства графиков, построенных в одних и тех же осях, перемещается по утолщенной линии в сторону увеличения коэффициента крутки при возрастании коэффициента K_2 с одновременным уменьшением «крутизны» графиков. Однако это перемещение не выходит за рамки значений коэффициента крутки, равного 25. Поэтому выбранное табличное значение степени скрученности для хлопчатобумажной пряжи на уровне $\alpha_i = 25$ можно считать обоснованным и оптимальным.

Кроме того, рисунок 3 показывает, что на всем диапазоне изменения коэффициента крутки графики не меняют своего принципиального характера, оставаясь гладкими (без разрывов).

Это свидетельствует об устойчивости предложенной математической модели [7] к значительным колебаниям независимого фактора, что позволяет судить о надежности получаемых результатов расчетов.

ВЫВОДЫ

1. Доказана работоспособность и оптимальность предлагаемой математической модели на всем диапазоне используемых в производстве значений коэффициента крутки пряжи.

2. Полученные данные имеют научную новизну.

3. Результаты могут быть использованы при расчете диаметра пряжи при проектировании тканей и трикотажа.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Метод расчета объемной плотности и диаметра аппаратной шерстяной пряжи / Н. А. Осьмин, Т. В. Зиновьев, В. В. Мельников, В. П. Зиновьев // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2001. № 2(260). С. 45–49.
2. Влияние линейной плотности хлопчатобумажной пряжи на ее объемную плотность и диаметр поперечного сечения / И. В. Оленина, Ю. С. Шустов, В. П. Зиновьев, В. И. Рубцов, А. Н. Тимошенко, О. В. Исаев, А. Г. Сеитова // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2023. № 3(405). С. 120–124.
3. Инженерный расчет равновесности крученой хлопчатобумажной пряжи / И. В. Оленина, Ю. С. Шустов, В. П. Зиновьев, В. И. Рубцов, А. Н. Тимошенко, О. В. Исаев, А. Г. Сеитова // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2023. № 4(406). С. 122–127.
4. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15: учебный курс. СПб. : Питер, 2011. 400 с.: ил.
5. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. 13-е изд., испр. М. : Наука, 1986. 544 с.
6. Справочник по хлопкопрядению / В. П. Широков, Б. М. Владимиров, Д. А. Полякова [и др.]. 5-е изд., перераб. и доп. М. : Легкая и пищевая промышленность, 1985. 472 с.
7. Севостьянов А. Г. Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности. М. : Легкая индустрия, 1980. 392 с.

REFERENCES

1. Osmin N. A., Zinoviev T. V., Melnikov V. V., Zinoviev V. P. Method of calculating the volumetric density and diameter of hardware wool yarn. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Series Textile Industry Technology]. 2001;2(260):45–49. (In Russ.)
2. Olenina I. V., Shustov Yu. S., Zinovyev V. P., Rubtsov V. I., Timoshenko A. N., Isaev O. V., Seitova A. G. Influence of linear density of cotton yarn on its volumetric density and cross-sectional diameter. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Series Textile Industry Technology]. 2023;3(405):120–124. (In Russ.)
3. Olenina I. V., Shustov Yu. S., Zinoviev V. P., Rubtsov V. I., Timoshenko A. N., Isaev O. V., Seitova A. G. Engineering calculation of the equilibrium of twisted cotton yarn. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Series Textile Industry Technology]. 2023;4(406):122–127. (In Russ.)
4. Makarov E. G. Engineering calculations in Mathcad 15. St. Petersburg, Piter Publ., 2011. 400 p. (In Russ.)
5. Bronstein I. N., Semendyaev K. A. Handbook of imathematics for engineers and university participants. Moscow, Nauka Publ., 1986. 544 p. (In Russ.)

6. Shirokov V. P., Vladimirov B. M., Polyakova D. A. et al. Handbook of cotton spinning. Moscow, Legkaya i pishchevaya promyshlennost' Publ., 1985. 472 p. (In Russ.)
7. Sevostyanov A. G. Methods and means of research of mechanical and technological processes of the textile industry. Moscow, Legkaya industriya Publ., 1980. 392 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 18.03.2026

Принята к публикации 27.04.2026

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ю. С. Шустов, доктор технических наук, профессор

Т. В. Зиновьев, ведущий специалист ООО «Точные детали»

В. П. Зиновьев, кандидат технических наук