

Научная статья

УДК 687.022

EDN VYVWYQ

<https://doi.org/10.34216/2587-6147-2026-1-71-11-18>

Сергей Дмитриевич Тарасов

Костромской государственной университет, г. Кострома, Россия

ooo-kk-44@list.ru; <https://orcid.org/0000-0002-9830-658X>

МЕТОДИКА СИНТЕЗА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТОПОГРАФИИ НАТУРАЛЬНОЙ КОЖИ

Аннотация. В статье рассматривается предложенная методика синтеза математической модели топографии натуральной кожи на основе экспериментальных значений, полученных при испытании образцов материала. Объектом исследования является натуральная кожа, используемая при изготовлении обувной продукции. Предмет исследования – закономерности распределения различных показателей по поверхности натуральной кожи, на основании которых возможно математически обоснованно выделить различные топографические участки. Предложенная методика синтеза математической модели топографии натуральной кожи включает в себя следующие этапы: разработка схемы расположения образцов на листе материала, которая оптимальна для построения математической модели; проведение испытаний образцов и получение численных значений показателей материала; определение координат образцов в локальной системе координат; аппроксимация полученных данных посредством сети радиально-базисных функций; определение необходимого для производства численного значения показателя; выделение топографического участка. Методика синтеза математической модели топографии натуральной кожи реализована в виде программы ЭВМ. Методика апробирована на отрезе натуральной кожи, для апробации использовались показатели испытания на изгиб методом плоской петли.

Ключевые слова: натуральная кожа, топографические участки, испытание на изгиб, аппроксимация, математическая модель, упругость, работа изгиба, коэффициенты пропорциональности, модуль упругости

Для цитирования: Тарасов С. Д. Методика синтеза математической модели топографии натуральной кожи // Технологии и качество. 2026. № 1(71). С. 11–18. <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2026-1-71-11-18>.

Original article

Sergey D. Tarasov

Kostroma State University, Kostroma, Russia

METHOD OF SYNTHESIS OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE TOPOGRAPHY OF NATURAL LEATHER

Abstract. This article discusses a proposed method for synthesizing a mathematical model of natural leather topography based on experimental values obtained during testing of material samples. The object of the study is natural leather used in the manufacture of footwear. The subject of the study is the patterns of distribution of various indicators over the surface of natural leather, based on which it is possible to mathematically justify the identification of various topographic areas. The proposed method for synthesizing a mathematical model of natural leather topography includes the following stages: developing a sample arrangement scheme on a sheet of material, which is optimal for constructing a mathematical model; testing samples and obtaining numerical values of material indicators; determining sample coordinates in a local coordinate system; approximating the obtained data using a network of radial basis functions; determining the numerical value of the indicator required for production; identifying a topographic area. The method for synthesizing a mathematical model of natural leather topography is implemented in the form of a computer program. The method was tested on a cut of natural leather, using bending test parameters using the ring method.

Keywords: *natural leather, topographic areas, bending test, approximation, mathematical model, elasticity, bending work, proportionality coefficients, modulus of elasticity*

For citation: Tarasov S. D. Method of synthesis of a mathematical model of the topography of natural leather. *Technologies & Quality*. 2026. No 1(71). P. 11–18. (In Russ.) <https://doi.org/10.34216/2587-6147-2026-1-71-11-18>.

Существуют методы разделения натуральной кожи на топографические участки – чепрак, полы, ворот. Данные методы носят или характер статистического усреднения, или основаны на органолептических показателях, таких как отдушность. Такие методы разделения топографических участков имеют ключевой недостаток – отсутствие объективности и точности. Предлагается новая методика синтеза математической модели топографии натуральной кожи на основе измеримых, объективных значений показателей материала. Рассмотрим этапы синтеза математической модели топографии натуральной кожи согласно предложенной методике.

1. Разработка схемы расположения проб для последующих испытаний на листе материала. Для построения математической модели топографии кожи необходимо собрать наиболее полную информацию о распределении показателей на площади листа материала. Такой подход оправдан тем, что натуральная кожа, в отличие от тканых материалов, имеет сложную структуру анизотропии (у натуральной кожи общая анизотропия, у ткани – ортотропная анизотропия), и численные значения показателей образца будут зависеть не только от выбранного направления, но и от расположения пробы на площади листа материала. Чем более плотно расположены пробы для испытаний на листе кожи, тем более точной и объективной будет последующая топографическая модель данного листа материала. Наиболее простой схемой расположения проб на листе кожи является их размещение в узлах локальной системы координат, привязанной к контуру данного листа. Условная, абстрактная схема такого расположения представлена на рисунке 1. Крупными точками показано расположение образцов.

Существует два государственных стандарта, согласно которым производится отбор проб. ГОСТ 938.0–75 «Кожа. Правила приемки. Методы отбора проб» и ГОСТ 8977–74 «Кожа искусственная и пленочные материалы. Методы определения гибкости, жесткости и упругости» [1, 2]. Несмотря на то что ГОСТ 8977–74 не регламентирует работу с натуральной кожей, его целесообразно использовать взамен ГОСТ 938.0–75, так как последний не регламентирует отбор проб для некоторых испытаний разных

сортов натуральной кожи. Так, для кожи крупного рогатого скота (КРС) хромового дубления не указано, как отбирать образцы на изгиб методом кольца. Также ГОСТ 938.0–75 регламентирует отбор пробы только для одной области из листа кожи, что не может обеспечить отображение распределения значений показателей на листе кожи.

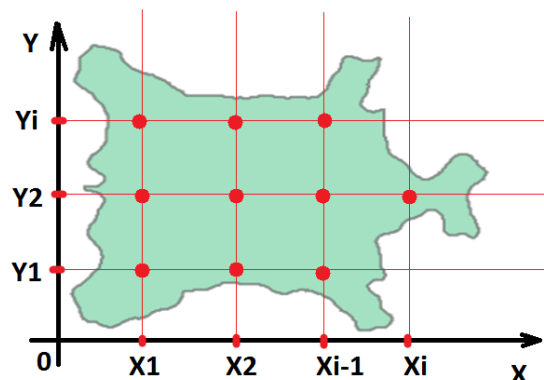


Рис. 1. Общая схема расположения проб на площади листа материала

2. Проведение испытаний. Расположенные и размеченные на листе кожи пробы необходимо вырезать и подвергнуть испытаниям с целью получения различных показателей. Данными испытаниями могут быть растяжение, изгиб, сдвиг, кручение, прокол, измерение толщины и другие методы получения численных значений показателей материала.

3. Определение координат мест расположения проб в локальной системе координат, которая имеет привязку к контуру материала. Координаты необходимы для последующей аппроксимации значений показателей. За координаты пробы можно принять координаты ее геометрического центра или центра симметрии. Так как проба, как правило, имеет прямоугольную форму, эти две точки для нее совпадают.

4. Аппроксимация полученных показателей функцией двух переменных (поверхностью) $z = z(x, y)$. Для аппроксимации данных, имеющих привязку к координатной системе плоскости, оптимальным решением является использование суммы радиально-базисных функций (РБФ). Данный метод сочетает в себе преимущества интерполяции – сумма радиально-базис-

ных функций включает в себя узловые точки и в то же время сохраняет преимущества классической аппроксимации – поверхность образуется таким образом, чтобы сумма ошибок квадратов по классическому методу наименьших квадратов была минимальной. Сумма радиально-базисных функций – это сумма некоторых элементарных функций, каждая из которых имеет вес. РБФ описывается выражением

$$z = z(x, y) = \sum_{i=1}^N w_i \phi(\|(x, y) - (x_i, y_i)\|), \quad (1)$$

где $z = z(x, y)$ – аппроксимирующая функция;
 N – количество узлов аппроксимации (количество образцов);
 w_i – вес i -й базисной функции, вычисляется с помощью специального метода, на практике может быть заменен значением аппроксимируемого параметра в точке (x_i, y_i) ;
 $\|(x, y) - (x_i, y_i)\|$ – евклидово расстояние между точкой аппроксимации и узлом аппроксимации;
 ϕ – радиально-базисная функция, наиболее часто применяется функция $\phi(a) = e^{-\epsilon a^2}$ [3].

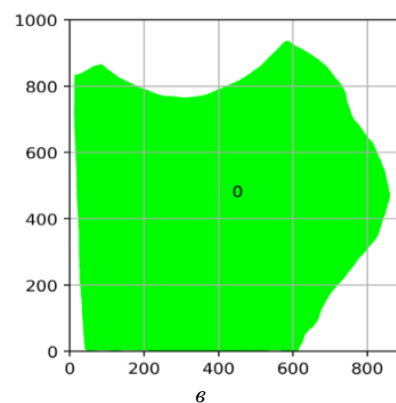
Аппроксимация РБФ достаточно сложная, однако сейчас в базовых математических библиотеках Python и MATLAB аппроксимация РБФ уже реализована в виде программных функций и ее применение не вызывает затруднений.



а



б



в

Рис. 2. Выделение контура отреза кожи:

а – исходная фотография; б – выделенный контур кожи; в – масштабированный контур и полигон кожи

Из отреза кожи были вырезаны прямоугольные образцы 95×20 мм на расстоянии 50 мм один от другого, согласно ГОСТ 8977–74. Схема расположения мест отбора проб на листе кожи и нумерация данных проб представлены на рисунке 3. Также на рисунке показан процесс определения координат мест отбора проб в локальной системе координат. Начало координат расположено в месте пересечения двух линеек.

5. Выделение участка кожи по численному значению показателя. Определим необходимое численное значение показателя материала. Обозначим его как C . Например, это может быть значение толщины или упругости. Выделим участок материала, на котором значение функции $z = z(x, y)$ равно или больше, чем C . Выделение участка производится с помощью определенной ранее аппроксимирующей функции и математической модели контура материала, методика синтеза которой представлена нами ранее [4]. Задается неравенство

$$z(x, y) \geq C. \quad (2)$$

Посредством программы ЭВМ производится поиск таких x и y , для которых верно неравенство (2) и которые располагаются внутри контура материала.

Разработанная методика синтеза математической модели топографии натуральной кожи апробирована на задаче построения модели топографии для кожного полуфабриката. Показателями материала выбраны параметры, получаемые при испытании на изгиб методом кольца. На производстве был взят полуфабрикат кожи КРС хромового дубления для верха обуви. Перед разрезом кожи на пробы произведен синтез математической модели контура данной кожи. Фотография полуфабриката кожи и математическая модель его контура представлены на рисунке 2.

Вырезанные пробы были подвергнуты испытанию на изгиб методом плоской петли на электронной лабораторной установке В. В. Лапшина, управляемой программой ЭВМ Hardness [5]. Данная установка работает по принципу прибора ПЖУ-12М, посредством которой ГОСТ 8977–74 рекомендует проводить испытания на изгиб, но в отличие от ПЖУ-12М установка и программа Hardness протоколируют ход испытания и производят первичный анализ экспери-

ментальных данных. Также измерена толщина образцов посредством толщиномера ТР 25-60Б. Лабораторные инструменты, применявшиеся в исследовании, представлены на рисунке 4.

Программа Hardness при испытании методом плоской петли позволяет определять не только значение упругости образца материала, но и такой крайне важный показатель, как работа изгиба – интеграл функции усилия изгиба, зависящей от величины деформации. Также программа Hardness позволяет строить диаграммы изгиба зависимости усилия от величины

деформации изгиба, что важно для определения модулей упругости в продольном направлении. У диаграммы изгиба натуральной кожи существует два линейных упругих участка. Данные участки представлены на рисунке 5. Коэффициенты k_1 , k_2 также необходимы для анализа материала. Данные коэффициенты пропорциональны модулям упругости материала.

Численные значения показателей проб натуральной кожи, полученные в результате испытаний на изгиб и при измерении толщины, представлены в таблице.

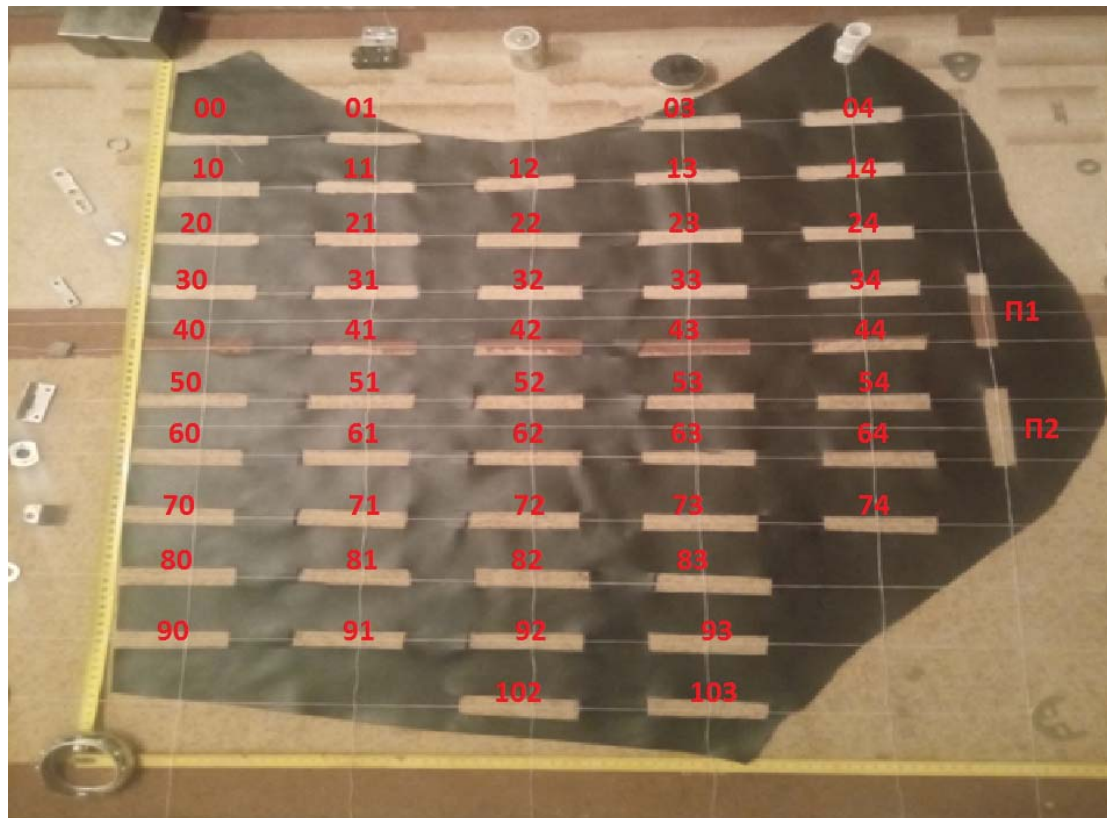


Рис. 3. Схема расположения образцов и их нумерация. Определение координат образцов кожи

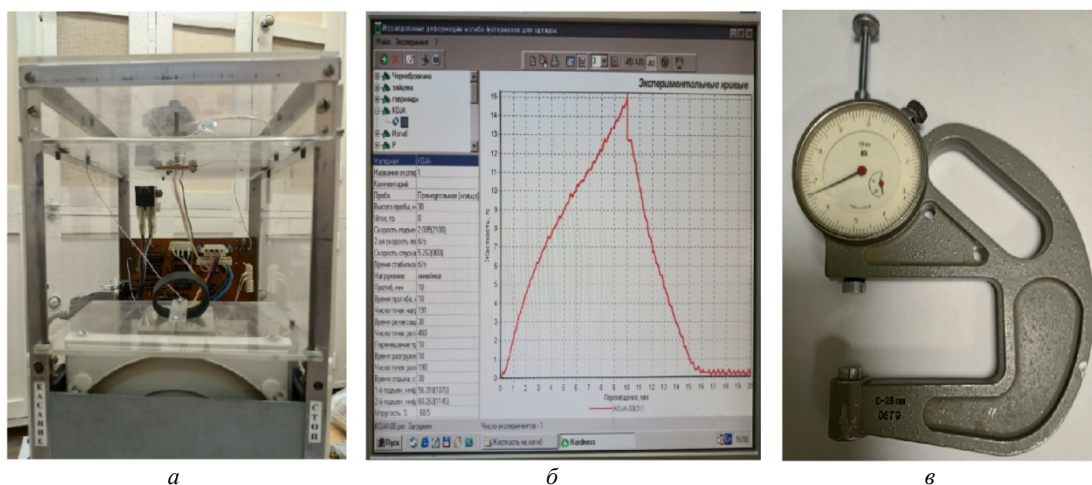


Рис. 4. Лабораторное оборудование для исследования:

a – установка для испытания на изгиб методом плоской петли; *б* – окно программы Hardness; *в* – толщиномер ТР 25-60Б

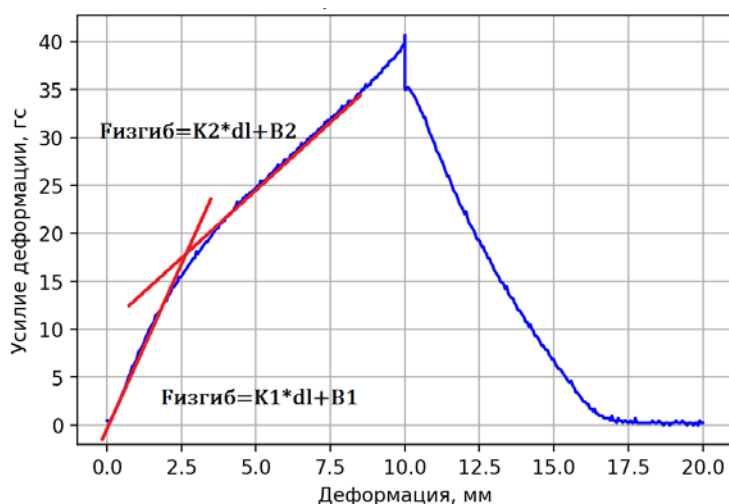


Рис. 5. Линейные участки диаграммы изгиба (92) и их аппроксимация

Т а б л и ц а

Численные значения показателей образцов натуральной кожи

Номер образца	Координаты (x, y)	Упругость, %	Работа изгиба, мкДж	Толщина, мм	k_1	k_2
00	(79, 769)	60,5	118,09	1,0	2,357	1,038
01	(221, 769)	72,6	106,89	1,1	1,813	1,041
03	(506, 769)	82,1	209,94	1,0	4,184	2,112
04	(649, 769)	74,2	271,14	1,1	4,097	2,588
10	(79, 695)	72,1	289,49	1,1	4,606	1,922
11	(221, 695)	61,6	175,30	1,0	2,985	1,670
12	(365, 695)	63,7	134,55	1,0	2,608	1,500
13	(506, 695)	73,7	333,29	1,1	6,234	1,565
14	(649, 695)	69,5	328,20	1,2	6,262	1,311
20	(79, 632)	62,1	184,58	1,2	3,672	1,075
21	(221, 632)	63,2	143,42	1,2	3,185	1,578
22	(365, 632)	68,9	291,36	1,1	4,879	1,427
23	(506, 632)	72,6	322,47	1,1	6,321	1,571
24	(649, 632)	70,0	280,58	1,2	4,877	1,889
30	(79, 552)	64,2	232,96	1,2	4,712	1,830
31	(221, 552)	67,4	219,22	1,2	3,771	2,092
32	(365, 552)	64,2	209,02	1,2	4,158	2,130
33	(506, 552)	70,5	264,18	1,1	4,909	2,158
34	(649, 552)	65,3	188,59	1,1	3,883	2,466
40	(79, 479)	62,1	287,21	1,3	3,010	2,626
41	(221, 479)	70,5	211,36	1,3	4,336	2,728
42	(365, 479)	63,7	204,05	1,3	3,896	2,761
43	(506, 479)	65,8	278,19	1,2	5,245	2,725
44	(649, 479)	60,5	175,87	1,2	3,362	2,843
50	(79, 412)	70,0	343,95	1,3	5,110	2,843
51	(221, 412)	62,6	250,35	1,4	5,097	2,826
52	(365, 412)	67,4	271,04	1,3	4,248	2,925
53	(506, 412)	66,3	200,14	1,2	3,910	2,967
54	(649, 412)	70,5	232,47	1,2	4,417	3,004
60	(79, 344)	70,0	419,94	1,3	5,000	3,031
61	(221, 344)	64,2	232,29	1,3	4,279	3,161
62	(365, 344)	66,8	210,99	1,3	2,878	3,251
63	(506, 344)	66,8	180,21	1,3	3,762	3,227
64	(649, 344)	75,3	375,92	1,2	6,019	3,317
70	(79, 266)	71,1	424,77	1,3	7,958	3,550
71	(221, 266)	68,4	259,23	1,3	5,678	3,508
72	(365, 266)	80,5	463,14	1,2	4,496	3,695
73	(506, 266)	67,9	322,47	1,2	6,321	3,671
74	(649, 266)	75,3	324,92	1,3	5,413	3,682
80	(79, 198)	71,1	374,59	1,3	6,925	3,730

О к о н ч а н и е т а б л .

Номер образца	Координаты (x, y)	Упругость, %	Работа изгиба, мкДж	Толщина, мм	k_1	k_2
81	(221, 198)	69,5	468,84	1,3	3,761	3,755
82	(365, 198)	66,3	331,88	1,2	5,200	3,653
83	(506, 198)	73,2	392,13	1,2	6,114	3,780
90	(79, 125)	71,6	503,11	1,4	9,056	3,847
91	(221, 125)	70,0	356,78	1,3	5,517	3,819
92	(365, 125)	69,5	339,09	1,4	6,433	3,807
93	(506, 125)	66,8	365,66	1,3	5,757	3,957
102	(365, 55)	67,4	647,32	1,3	9,747	3,929
103	(506, 55)	68,9	714,94	1,3	5,905	3,944
П1	(750, 514)	72,1	256,90	1,1	4,848	2,732
П2	(750, 379)	65,8	331,22	1,1	6,401	2,693

Полученные численные значения показателей испытания на изгиб были аппроксимированы суммой радиально-базисных функций. В результате получили поверхности, каждая точка высоты которых соответствует численному зна-

чению того или иного показателя. Поверхности показателей в виде проекции типа «тепловая карта» на участок плоскости, содержащей контур материала, представлены на рисунке 6*.

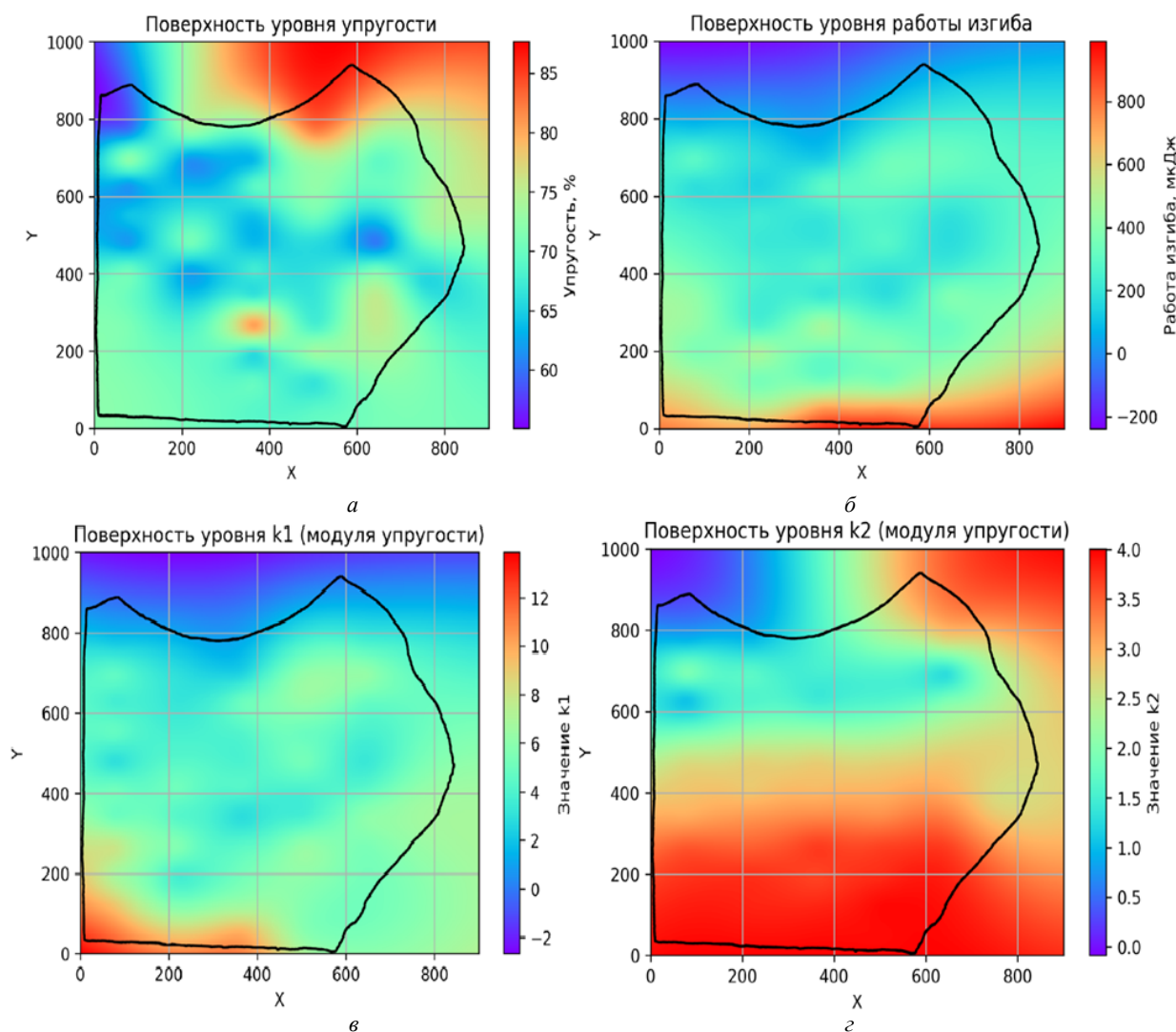


Рис. 6. Поверхности зависимостей значений показателей кожи от координат мест отбора проб на коже:

a – поверхность уровня упругости, %; *б* – поверхность уровня работы изгиба, мкДж;

в – поверхность уровня коэффициента k_1 ; *з* – поверхность уровня коэффициента k_2

* С полноцветной версией статьи можно ознакомиться на официальном сайте журнала: <https://tik.kosgos.ru/documents/journal/requirements.ru.pdf>.

Как видно из графиков проекции поверхностей показателей, выраженное топографическое распределение существует лишь у коэффициента k_2 . Вычислив корреляцию между показателями проб натуральной кожи и толщиной, можно прийти к выводу, что отсутствие выраженного распределения у всех остальных показателей по поверхности кожи объясняет разброс толщины проб, поскольку что толщина прямо влияет на многие показатели. Зависимости средних значений показателей по каждому уровню

толщины представлены на рисунке 7. Синие точки – экспериментальные данные показателей, красные точки – их средние значения.

Однако, по уровню коэффициента k_2 можно выделить топографический участок. Определим значение $k_2 \geq 3,5$. Топографический участок полуфабриката кожи, для которого неравенство истинно, представлен на рисунке 8, обозначен синим цветом внизу изображения кожи. На выделенном участке посредством методики [4] размещена часть набора деталей модели M250H.

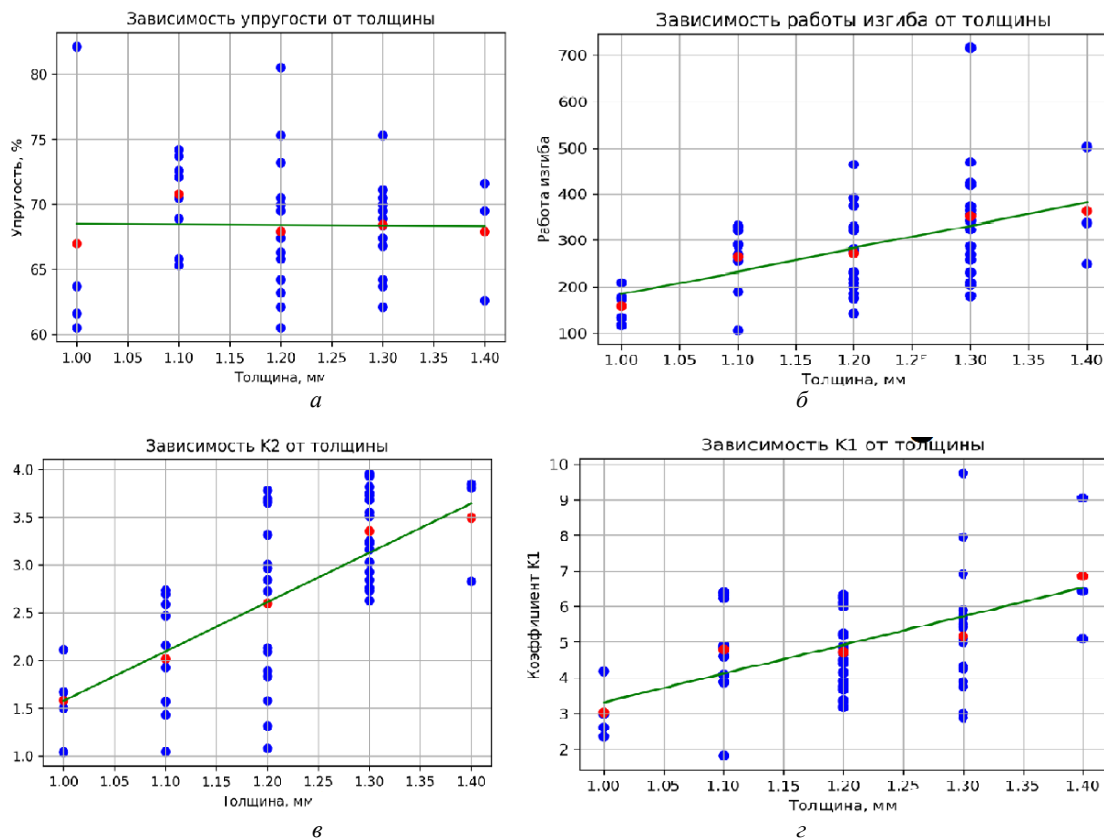


Рис. 7. Корреляции между уровнями толщины и параметрами проб:

a – зависимость упругости от толщины; *б* – зависимость работы изгиба от толщины; *в* – зависимость коэффициента k_2 от толщины; *г* – зависимость коэффициента k_1 от толщины

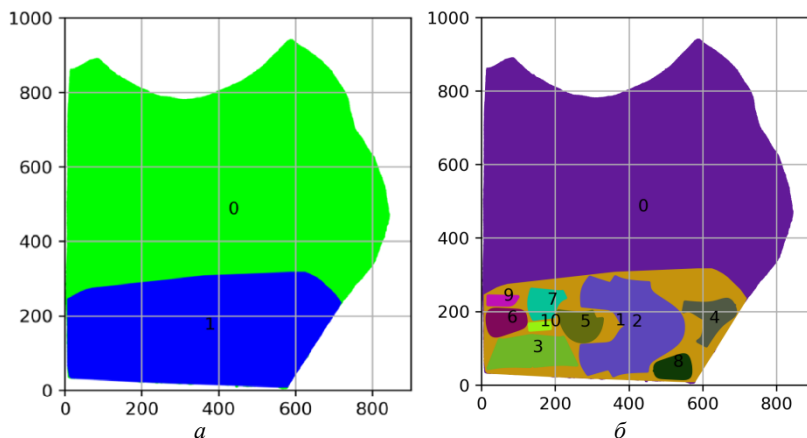


Рис. 8. Топографический участок кожи:

a – участок, на котором $k_2 \geq 3,5$ (синий полигон внизу рисунка); *б* – размещение деталей обуви на выделенном топографическом участке

ВЫВОДЫ

Разработанная методика синтеза математической модели топографии позволяет на основании численных значений показателей определять топографию кожного полуфабриката. Это большое преимущество данной методики по сравнению с методикой ГОСТ 3123–78 [6], которая определяет топографические участки кожи только по приблизительным геометриче-

ским параметрам цельной кожи, что исключает определение топографии у полукожи или кожи неправильной формы. В то же время предложенная методика имеет недостаток в части разрушения исследуемого материала, что позволяет применять ее только к большим партиям материала одного сорта и приблизительно равных геометрических параметров.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. ГОСТ 938.0–75. Кожа. Правила приемки. Методы отбора проб. М. : Изд-во стандартов, 2013. 33 с.
2. ГОСТ 8977–74. Кожа искусственная и пленочные материалы. Методы определения гибкости, жесткости и упругости. М. : Изд-во стандартов, 2013. 6 с.
3. Горбаченко В. И. Нейрокомпьютеры в решении краевых задач теории поля. М. : Радиотехника, 2003. 336 с.
4. Тарасов С. Д. Математическая и программная модель адаптивной методики размещения деталей обуви с учетом контура и топографии кожи // Технологии и качество. 2025. № 3(69). С. 44–50.
5. Лапшин В. В. Разработка методологических основ и автоматизированного измерительного комплекса для оценки свойств текстильных материалов : дис. ... д-ра техн. наук. Кострома, 2020. 318 с.
6. ГОСТ 3123–78. Производство кожевенное. Термины и определения. М. : Изд-во стандартов, 1995. 40 с.

REFERENCES

1. *GOST 938.0–75. Kozha. Pravila priemki. Metody otbora prob.* [State Standard 938.0–75. Leather. Acceptance Rules. Sampling Methods]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 2013. 33 p. (In Russ.)
2. *GOST 8977–74. Kozha iskusstvennaya i plenochnye materialy. Metody opredeleniya gibkosti, zhestkosti i uprugosti* [State Standard 8977–74. Artificial Leather and Films. Methods for Determining Flexibility, Rigidity, and Elasticity]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 2013. 6 p. (In Russ.)
3. Gorbachenko V. I. Neurocomputers in Solving Boundary Value Problems of Field Theory. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003. 336 p. (In Russ.)
4. Tarasov S. D. Mathematical and software model of the adaptive method of placing shoe parts taking into account the contour and topography of the leather. *Tekhnologii i kachestvo* [Technologies & Quality]. 2025;3(69):44–50. (In Russ.)
5. Lapshin V. V. Development of methodological foundations and an automated measuring complex for assessing the properties of textile materials. Doct. techn. sci. dis. Kostroma, 2020. 318 p. (In Russ.)
6. *GOST 3123–78. Proizvodstvo kozhevennoe. Terminy i opredeleniya* [State Standard 3123–78. Leather production. Terms and definitions]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1995. 40 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 12.01.2025
Принята к публикации 09.02.2026

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

С. Д. Тарасов, аспирант